



**PRÊMIO**  
**CFA Society Brazil**  
**DE MONOGRAFIAS EM FINANÇAS**

Concurso de Monografias em Finanças • Edição 2019

1º colocado:

Sistema de Apoio à Decisão para  
Seleção de Portfólios no Setor  
de Private Banking com Uso de  
Lógica Fuzzy

Drance Meira de Oliveira Filho

## RESUMO

O setor de Private Banking é voltado para atendimento de clientes de alta renda e, por isso, um atendimento customizado é imprescindível. Por conta da situação intrincada do mercado financeiro, os investidores demandam respostas para perguntas difíceis e procuram por segurança em seus planejadores financeiros, que, por sua vez, precisam ter um profundo conhecimento acerca de uma inumerável lista de produtos e de suas particularidades, além de se ater à adequação de cada produto às características dos clientes com o propósito de oferecer o portfólio ótimo de acordo com as expectativas. O objetivo do trabalho é desenvolver um sistema de apoio à decisão capaz de calcular portfólios sob medida para os clientes, considerando preferências e questões regulatórias de forma mais explícita e promovendo em mais transparência para o serviço bancário ao permitir que o investidor considere sua ponderação entre os critérios ao invés de simplesmente afirmar que está ciente que o portfólio não atende seus objetivos. O desenvolvimento da ferramenta proposta e a automatização do processo de seleção de portfólio resultaram na proposição de carteiras mais aderentes ao perfil de risco dos clientes finais e em uma maior transparência com relação ao processo de escolha dos ativos, dado que tais escolhas, agora, são frutos de um modelo já validado e testado.

Palavras-chave: Private Banking. Sistemas de apoio à decisão. Seleção de portfólio. Fuzzy.

## ABSTRACT

The Private Banking sector is directed to high net worth clients and, for that, a highly customized service is required. In response to the financial market's intricate situation, the investors demand answers for difficult questions and look for safety in their financial planners. The financial planners ought to have a deep knowledge in an innumerable list of products and their particularities, besides making sure of the adequacy of the products to the client's objectives in order to offer the optimal portfolio in accordance to the client's expectancy. The purpose of this project is to develop a decision support system capable of calculating custom-made portfolios for the clients, considering preferences and regulatory issues in a more explicit manner and promoting more transparency to the banking system when allowing the investor to choose criteria in a weighted system instead of simply stating that the portfolio doesn't fit its goals. The development of the proposed tool and the automation of the portfolio selection process resulted in the proposal of more adherent portfolios to the final clients' risk profile and in a greater transparency with respect to the asset picking process, since the choices derived from the asset-picking process are, now, the product of a tested and validated model.

**Keywords:** Private Banking. Decision support systems. Portfolio selection. Fuzzy.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>6</b>
1.1	JUSTIFICATIVA .....	6
1.2	OBJETIVOS .....	8
<b>2</b>	<b>BASE CONCEITUAL</b> .....	<b>9</b>
2.1	APOIO MULTICRITÉRIO À DECISÃO (AMD) .....	9
<b>2.1.1</b>	<b>TOPSIS</b> .....	<b>9</b>
2.2	LÓGICA FUZZY .....	10
<b>2.2.1</b>	<b>Fuzzy-TOPSIS</b> .....	<b>12</b>
<b>2.2.2</b>	<b>FTOPSIS-Class</b> .....	<b>13</b>
<b>3</b>	<b>PRIVATE BANKING</b> .....	<b>15</b>
<b>4</b>	<b>ARQUITETURA DO SAD</b> .....	<b>21</b>
4.1	BASE DE DADOS .....	23
4.2	BASE DE MODELOS .....	24
<b>4.2.1</b>	<b>Fase 0</b> .....	<b>25</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Fase 2</b> .....	<b>25</b>
<b>4.2.3</b>	<b>Fase 3</b> .....	<b>26</b>
<b>4.2.4</b>	<b>Fase 4</b> .....	<b>29</b>
4.3	DIÁLOGO .....	29
<b>4.3.1</b>	<b>Fase 0</b> .....	<b>29</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Fase 1</b> .....	<b>31</b>
<b>4.3.3</b>	<b>Fase 5</b> .....	<b>32</b>
<b>5</b>	<b>VALIDAÇÃO DO SAD</b> .....	<b>33</b>

5.1	CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO .....	34
5.2	ORDENAMENTO .....	35
5.3	CARTEIRAS SIMULADAS PELO SAD PARA INVESTIDORES FICTÍCIOS.	36
5.4	RESULTADOS OBTIDOS PARA INVESTIDORES REAIS .....	37
<b>5.4.1</b>	<b>Características dos Investidores Analisados .....</b>	<b>38</b>
<b>5.4.2</b>	<b>Análise Estatística .....</b>	<b>42</b>
5.4.2.1	<i>Correlação do PRP com o Peso do Retorno .....</i>	43
5.4.2.2	<i>Correlação do PRP com o Peso da Aderência .....</i>	43
5.4.2.3	<i>Correlação do PRP com a Idade .....</i>	43
5.4.2.4	<i>Correlação do PRP com o Peso do Risco .....</i>	43
5.4.2.5	<i>Correlação do PRP com o Número de Filhos .....</i>	44
5.4.2.6	<i>Correlação do PRP com a Renda Mensal .....</i>	44
5.4.2.7	<i>Correlação do PRP com o Número de Imóveis .....</i>	44
<b>5.4.3</b>	<b>Carteiras Reais .....</b>	<b>45</b>
<b>5.4.4</b>	<b>Carteiras Calculadas pelo SAD .....</b>	<b>46</b>
<b>5.4.5</b>	<b>Comparativo .....</b>	<b>48</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>51</b>
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	52
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>53</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O setor de Private Banking é voltado para atendimento de clientes de alta renda e, por isso, um atendimento customizado é imprescindível. Por conta da situação intrincada do mercado financeiro, os investidores demandam respostas para perguntas difíceis e procuram por segurança em seus planejadores financeiros. Os planejadores, por sua vez, precisam ter um profundo conhecimento acerca de uma inumerável lista de produtos e de suas particularidades, além de se ater à adequação de cada produto às características dos clientes com o propósito final de oferecer o portfólio ótimo de acordo com as expectativas.

### 1.1 JUSTIFICATIVA

Cliente e diversificação de portfólio é uma relação que requer sempre novas recomendações e demanda o desenvolvimento e uso de sistemas de apoio à decisão voltados para as características específicas de tal relação (Gonzalez-Carrasco *et al.*, 2012). Ao se realizar o planejamento das finanças pessoais, é importante um indivíduo considerar a adequação de uma variedade de instrumentos financeiros ao seu perfil de risco do portfólio, tendo em conta que seus objetivos são dinâmicos, mudando ao longo da vida (Ferreira *et al.*, 2018). É de praxe que os bancos, visando uma redução do risco não sistêmico (ou risco diversificável), ofereçam aos seus clientes mais de uma opção de investimento, incluindo, na oferta, fundos, ações, derivativos (opções, futuros, swaps), títulos de renda fixa (públicos ou privados), dentre outros produtos, que, não necessariamente, possuem um ticket mínimo alto.

Em decorrência das incertezas inerentes aos mercados financeiros nos dias atuais, há um consenso de que as decisões financeiras necessitam de flexibilidade e plataformas customizáveis e capazes de levar em conta distintos fatores, variáveis, requisitos e restrições, a

fim de modelar a situação específica de cada cliente e, por conseguinte, prover a melhor sugestão (Zopoudinis & Doumpos, 2013).

Desde a Teoria Moderna do Portfólio, proposta por Harry Markowitz (Markowitz, 1952), há um crescente interesse pelo tema de otimização das carteiras investimentos, acarretando, por sua vez, em uma extensa literatura sobre o assunto. Em 1990, ratificando a importância de sua pesquisa, Markowitz foi laureado com o Prêmio Nobel de Economia. Ultimamente, trabalhos sobre a Teoria Moderna do Portfólio tem se concentrado em duas principais vertentes (Anagnostopoulos & Mamanis, 2010): (i) a incorporação de medidas alternativas de risco; e (ii) a incorporações de características reais às formulações matemáticas – isto é, características adicionais que o investidor gostaria de considerar ou que tem a obrigação a obedecer. O presente trabalho foca no desenvolvimento de um Sistema de Apoio à Decisão (SAD) baseado em um framework proposto em Ferreira *et al.* (2018) e desenvolvido para auxiliar na automatização da resolução de questões relacionadas ao último dos dois pontos mencionados.

Finanças Pessoais é uma área bastante regulamentada – como exemplos de órgãos reguladores, temos a Securities and Exchange Commissions (SEC), nos Estados Unidos e, no Brasil, a Comissão de Valores Mobiliários (CVM). Ditas instituições, usualmente, passam diretrizes que afirmam que: (i) os produtos, operações ou serviços ofertados devem convergir com os objetivos do investidor; (ii) a situação financeira do investidor deve ser compatível com tais produtos, operações ou serviços; e (iii) o cliente deve possuir conhecimento suficiente para entender os riscos inerentes aos produtos, operações ou serviços adquiridos por ele.

Os bancos, para que sigam as diretrizes dos órgãos regulamentadores e não sejam autuados, devem ser capazes de definir e, posteriormente, informar ao investidor o perfil de risco em que ele se enquadra. Contudo, dentre os bancos, não há uma padronização nos processos e questionários utilizados para tal análise – nem um consenso acerca dos níveis de

risco inerentes a cada produto. É de responsabilidade das áreas de risco de cada banco categorizar os produtos a partir dos níveis de risco de mercado e/ou de crédito (quando aplicáveis), desde que respeitem as normas do Banco Central.

## 1.2 OBJETIVOS

O framework que será utilizado como base pelo Sistema de Apoio à Decisão, objeto do trabalho, se propõe a introduzir um processo de tomada de decisão capaz de selecionar o portfólio mais adequado, em termos de risco inerentes aos produtos financeiros e perfil dos clientes de Private Banking de forma explícita, dinâmica e flexível, ao endereçar três pontos-chave (Ferreira *et al.*, 2018):

- i. Realização de um procedimento para captura das preferências dos clientes com relação aos produtos, serviços e operações oferecidas pelo banco e considerando uma série de atributos relevantes;
- ii. Criação de uma ferramenta de modelagem matemática que tem por propósito a identificação do melhor portfólio para cada cliente de acordo com múltiplos objetivos e um conjunto de restrições definidas pelos clientes e analistas financeiros do banco;
- iii. Desenvolvimento de uma ferramenta de comparação/avaliação capaz de considerar diversas medidas de risco e a performance do portfólio sugerido contra portfólios definidos pela mesma estratégia ou estratégias similares.

Portanto, o objetivo geral do presente trabalho é o desenvolvimento de um Sistema de Apoio à Decisão (posteriormente, no trabalho, apenas referido como SAD) que tem por propósito principal a automatização do modelo de seleção de portfólio proposto por Ferreira *et al.* (2018) e, posteriormente, a validação de tal modelo em um cenário com diferentes alternativas de investimento e uma base real de investidores.

## 2 BASE CONCEITUAL

Visando o entendimento do problema abordado no projeto, antes, precisam ser explicados conceitos como seleção de portfólios de investimentos e o modelo proposto por Markowitz (1952), apoio multicritério à decisão (AMD) e técnicas para resolução de problemas AMD, lógica fuzzy e as possíveis operações entre números fuzzy trapezoidais.

### 2.1 APOIO MULTICRITÉRIO À DECISÃO (AMD)

Um problema de apoio multicritério à decisão (AMD) pode ser descrito pelos seguintes conjuntos:  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ , conjunto das  $m$  alternativas, e  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$  conjunto dos  $n$  critérios (ou atributos). Sendo  $R_{ij}$  a matriz de decisão dos ratings de desempenho de cada alternativa  $i$  de acordo com cada critério  $j$  e  $w_j$  sendo o peso do critério  $j \in C$ . Um problema AMD, com objetivo endereçar o problema de otimização de escolha de uma solução ótima com o maior grau de satisfação a partir de um conjunto de alternativas, é uma tarefa rotineira do ser humano. Vários métodos para problemas AMD – dentre eles, o TOPSIS (Yue, 2011), o VIKOR (Vlsekriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje) (Opricovic & Tzeng, 2004), o PROMETHEE (Preference Ranking Organisation METHod for Enrichment Evaluations) (Brans & Mareschal, 1986; Le Téo & Mareschal, 1998) e o ELECTRE (Elimination Et Choix Traduisant la Realité) (Almeida-Dias, Figueira, & Roy, 2010; Devi & Yadav, 2013) – foram estendidos com a finalidade de levar em consideração diferentes tipos de valores de atributos, como valores intervalares, variáveis linguísticas, dentre outros (Xu & Zhang, 2013).

#### 2.1.1 TOPSIS

O método TOPSIS (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution), proposto por Hwang & Yoon (1981), foi desenvolvido com o propósito de resolver problemas

AMD. O método parte do princípio de que a alternativa a ser escolhida deve ser a mais próxima da solução positiva ideal (PIS) e a mais distante possível da solução negativa ideal (NIS). Em termos práticos, o método TOPSIS em problemas AMD é utilizado para a resolução de problemas de seleção/avaliação com número finito de alternativas (Hwang, Lai, & Liu, 1993).

## 2.2 LÓGICA FUZZY

A lógica fuzzy (também conhecida como lógica difusa – apesar de serem termos menos usuais) é uma forma de lógica multivalorada utilizada para modelar a incerteza na definição de parâmetros. Um conjunto fuzzy, por sua vez, contém um ou mais valores fuzzy e pode ser entendido como uma ligação entre o impreciso e a sua modelagem numérica.

**Definição 1** (Chen, Lin, & Huang (2006)). Um conjunto fuzzy  $\tilde{A}$  em um universo  $X$  é caracterizado por uma função de pertinência  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ , que associa cada elemento  $x$  em  $X$  a um número real pertencente ao intervalo  $[0,1]$ .

**Definição 2** (Kaufman & Gupta (1991)). Um número fuzzy trapezoidal  $\tilde{a}$  pode ser definido como  $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$  de acordo com a função  $\mu_{\tilde{a}}(x)$  definida por:

$$\mu_{\tilde{a}}(x) \begin{cases} f_{\tilde{a}}^L(x), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ f_{\tilde{a}}^R(x), & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Sendo:

$$f_{\tilde{a}}^L(x) : [a_1, a_2] \rightarrow [0, 1] \text{ uma função estritamente crescente;}$$

$$f_{\tilde{a}}^R(x) : [a_3, a_4] \rightarrow [0, 1] \text{ uma função estritamente decrescente.}$$

**Definição 3** (Chen *et al.* (2006)). O resultado de ambas operações de soma fuzzy  $\oplus$  e subtração fuzzy  $\ominus$  de quaisquer dois números fuzzy trapezoidais é, também, um número fuzzy trapezoidal pelo princípio da extensão (Dubois & Prade, 1980). Contudo, a multiplicação de quaisquer dois

números fuzzy trapezoidais é, apenas, uma aproximação de um número fuzzy trapezoidal. Dados dois números fuzzy trapezoidais positivos  $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ , e  $\tilde{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$  e um número não-fuzzy  $r \geq 0$ , onde  $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$  e  $0 \leq b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4$ , as operações de soma, subtração, multiplicação e multiplicação por um número escalar podem ser, respectivamente, expressadas por:

$$\tilde{a} \oplus \tilde{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4) \quad \text{Equação 1}$$

$$\tilde{a} \ominus \tilde{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3, a_4 - b_4) \quad \text{Equação 2}$$

$$\tilde{a} \otimes \tilde{b} = (a_1 \times b_1, a_2 \times b_2, a_3 \times b_3, a_4 \times b_4) \quad \text{Equação 3}$$

$$\tilde{a} \otimes r = (a_1 \times r, a_2 \times r, a_3 \times r, a_4 \times r) \quad \text{Equação 4}$$

**Definição 4** A distância  $\delta(\tilde{a}, \tilde{b})$  entre dois números fuzzy trapezoidais  $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$  e  $\tilde{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$  é definida por:  $\delta(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{\frac{1}{4} \times (a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2 + (a_4 - b_4)^2}$

**Definição 5** (Chen (2000)) A matriz  $\tilde{M}$  é considerada uma matriz fuzzy se, pelo menos, um de seus elementos é um número fuzzy.

**Definição 6** (Zimmermann (1978)) Uma variável linguística é uma variável cujos valores são expressos em termos linguísticos, isto é, palavras ou frases em linguagem natural ou artificial, como “alto”, “médio” e “baixo”, por exemplo.

A Tabela 1 ilustra como variáveis linguísticas podem ser associadas a números fuzzy trapezoidais. A distância entre a variável linguística “Muito baixo” e a variável linguística “Muito alto”, portanto, de acordo com a **Definição 4**, seria no valor de aproximadamente 0.7762 – sendo tal número obtido a partir da resolução da equação da distância entre dois números

$$\text{fuzzy trapezoidais: } \sqrt{\frac{1}{4} \times (0 - 0.7)^2 + (0 - 0.8)^2 + (0.1 - 0.9)^2 + (0.2 - 1)^2}.$$

Tabela 1 – Variáveis Linguísticas

Ratings		Fuzzy Numbers			
Muito baixo	MB	0.00	0.00	0.10	0.20
Baixo	B	0.10	0.20	0.30	0.40
Médio	M	0.30	0.40	0.50	0.60
Alto	A	0.50	0.60	0.70	0.80
Muito alto	MA	0.70	0.80	0.90	1.00

Fonte: Adaptado de Ferreira et al., 2018

### 2.2.1 Fuzzy-TOPSIS

Chen (2000) estendeu o método clássico TOPSIS para a resolução de problemas de tomada de decisão em ambientes que fazem uso da lógica fuzzy, aonde as variáveis fuzzy são usadas para definir o rating das alternativas e peso dos critérios. O Fuzzy-TOPSIS (ou FTOPSIS) tem sido amplamente utilizado, assim como suas versões adaptadas, como o FETOPSIS (Caetani, Ferreira, & Borestein, 2016a; Santi, Ferreira, & Borestein, 2015). O Algoritmo 1, a seguir, demonstra o método FTOPSIS através de oito passos sequenciais:

---

#### Algoritmo 1 Método FTOPSIS

---

**Passo 1:** Definir os tomadores de decisão, o conjunto de critérios e o conjunto de alternativas.

**Passo 2:** Escolher os termos linguísticos para avaliar a significância relativa de cada critério e o rating de cada uma das alternativas.

**Passo 3:** Construir a matriz de decisão normalizada  $\tilde{R} = [r_{ij}]_{m \times n}$ , sendo:

$$r_{ij} \begin{cases} \left( \frac{a_{ij}}{d_j^*}, \frac{b_{ij}}{d_j^*}, \frac{c_{ij}}{d_j^*}, \frac{d_{ij}}{d_j^*} \right), se j \in B, \text{ conjunto associado aos critérios de benefício e } d_j^* = \max_i d_{ij} \\ \left( \frac{a_j^-}{a_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{d_{ij}} \right), se j \in C, \text{ conjunto associado aos critérios de custo e } a_j^- = \min_i a_{ij} \end{cases}$$


---

**Passo 4:** Construir a matriz de decisão fuzzy normalizada e ponderada  $\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n}$  a partir de

$$\tilde{R} = [r_{ij}]_{m \times n} \text{ e } \tilde{W} = [\tilde{w}_j]_{m \times n}, \text{ sendo } \tilde{v}_{ij} \otimes \tilde{w}_j.$$

**Passo 5:** Determinar a solução ideal positiva ( $\tilde{A}^*$ ) e a solução ideal negativa ( $\tilde{A}^-$ ), sendo  $\tilde{A}^* =$

$$\{\tilde{v}_1^*, \tilde{v}_2^*, \dots, \tilde{v}_n^*\} \text{ e } \tilde{A}^- = \{\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-\}, \text{ onde } \tilde{v}_j^* = \max_i v_{ij}, \tilde{v}_j^- = \min_i v_{ij}, i =$$

$$1, 2, \dots, m \text{ e } j = 1, 2, \dots, n.$$

**Passo 6:** Calcular as distâncias entre cada alternativa  $i$  em relação às soluções ideais:

$$d_i^* = \sum_{j=1}^n \delta(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^*), i = 1, 2, \dots, m \quad \text{Equação 5}$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n \delta(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-), i = 1, 2, \dots, m \quad \text{Equação 6}$$

**Passo 7:** Calcular o coeficiente de proximidade  $CC_i$  de cada alternativa  $i$ :

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^* + d_i^-}, i = 1, 2, \dots, m \quad \text{Equação 7}$$

**Passo 8:** Ordenamento das alternativas em ordem decrescente.

### 2.2.2 FTOPSIS-Class

Considerando o sucesso do método TOPSIS e de suas extensões que fazem uso da lógica fuzzy no âmbito da resolução de problemas AMD (Behzadian, Otaghsara, Yazdani, & Ignatius, 2012), a rotina FTOPSIS-Class, proposta por Ferreira *et al.* (2018), trata-se de uma variação do método Fuzzy-TOPSIS, seguindo uma ideia intuitiva de que a nota de uma alternativa  $i \in I$  em um perfil  $p \in P$  passaria a ser o coeficiente de proximidade ( $CC_i^p$ ), calculado com base nas distâncias entre cada alternativa  $i$  para as soluções positiva ideal do perfil  $p$  ( $\tilde{A}_p^* = [\tilde{v}_{pi}^*]_m$ ) e negativa ideal do perfil  $p$  ( $\tilde{A}_p^- = [\tilde{v}_{qi}^-]_m$ ). As soluções ideais seriam calculadas a partir do uso da matriz  $\tilde{Q} = [\tilde{q}_{pj}]_{|P| \times n}$ , onde  $\tilde{q}_{pj}$  é um termo linguístico associado, dentro de uma lista, que mais se aproxima para classificar o perfil  $p$  de acordo com o critério de avaliação  $j$ . Os valores

da matriz  $\tilde{Q}$  deverão ser definidos por um analista de investimentos. Considerando que os termos  $\tilde{R} = [r_{ij}]_{m \times n}$  e  $\tilde{W} = [\tilde{w}_j]_{m \times n}$  possuem os significados denotados no Algoritmo 1, a rotina FTOPSIS-Class pode ser definida através da sequência de passos a seguir (Algoritmo 2):

---

**Algoritmo 2** Rotina FTOPSIS-Class

---

**Passo 1:** Executar os Passos 1-4 do método Fuzzy-TOPSIS (Algoritmo 1)

**Passo 2:** Para cada perfil  $p$ :

**Passo 2.1:** Definir a solução positiva ideal para o perfil  $p$  como  $\tilde{A}_p^* = \{\tilde{v}_{p1}^*, \tilde{v}_{p2}^*, \dots, \tilde{v}_{pn}^*\}$ ,

onde  $\tilde{v}_{pj}^* = \tilde{q}_{pj}^*$ , dado que o objetivo do modelo é maximizar a adequação da alternativa  $i$  com relação ao perfil  $p$  – minimizando a distância entre  $\tilde{A}_p^*$  e os valores referentes a cada categoria;

**Passo 2.2:** Definir a solução negativa ideal para o perfil  $p$  como  $\tilde{A}_p^- = \{\tilde{v}_{p1}^-, \tilde{v}_{p2}^-, \dots, \tilde{v}_{pn}^-\}$ ,

onde  $\tilde{v}_{p',j}^*$  são os valores do perfil  $p'$  mais distante do perfil  $p$ .

**Passo 2.3:** Calcular as distâncias de cada alternativa  $i$  em relação à categoria  $p$ , sendo:

$$d_i^{p^*} = \sum_{j=1}^n \delta(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{pj}^*), i = 1, 2, \dots, m \quad \text{Equação 8}$$

$$d_i^{p^-} = \sum_{j=1}^n \delta(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{pj}^-), i = 1, 2, \dots, m \quad \text{Equação 9}$$

**Passo 2.4:** Calcular o coeficiente de proximidade  $CC_i^p$  para cada alternativa  $i$  em função

do perfil  $p$ , sendo  $CC_i^p = \frac{d_i^{p^-}}{d_i^{p^*} + d_i^{p^-}}, i = 1, 2, \dots, m$ .

**Passo 3 (Ordenar):** Para cada alternativa  $i$ , encontrar o perfil  $p_i^* = \operatorname{argmax}_{p \in P} \{CC_i^p\}$ , isto

é,  $p$  é o perfil mais com maior valor de  $CC_i^p$  para a alternativa  $i$ .

---

### 3 PRIVATE BANKING

O problema da seleção de portfólio, no âmbito dos investimentos, ganhou maior relevância e visibilidade após a publicação da “Teoria Moderna do Portfólio” por Harry Markowitz (Markowitz, 1952). Essencialmente, há dois aspectos principais a se considerar ao se construir um portfólio: os retornos esperados dos produtos disponíveis para a montagem do portfólio e os riscos a que os investidores estão expostos ao selecioná-los. No presente trabalho, passamos a considerar um outro aspecto, que, em termos regulatórios, pode ser considerado até mais relevante do que os dois anteriores: a aderência do perfil de risco de investidor ao perfil de risco do portfólio selecionado para ele. Tal aspecto, assim como os demais, deve ser levado em conta no momento da construção do portfólio.

O problema da seleção de portfólios de investimento no setor de Private Banking pode ser dividido em dois subproblemas interconectados: (i) a mensuração da adequação de cada alternativa de investimento para cada um dos perfis de risco disponíveis; (ii) a alocação dos recursos disponíveis em instrumentos financeiros, levando em conta uma série de objetivos, que incluem a adequação do ativo ao perfil do investidor em questão e, quando aplicável, possíveis restrições (Ferreira *et al.*, 2018). O primeiro é formulado como um problema AMD em que o principal objetivo é estimar a adequação de cada alternativa de investimento  $i \in I$  para cada perfil de risco  $p \in P$ , considerando, concomitantemente, vários critérios. O segundo é um modelo de otimização multiobjectivo (MOO) fuzzy que consiste em encontrar as proporções de cada produto no portfólio final de modo que os objetivos estabelecidos sejam atingidos e as características reais de mercado, representadas pelas restrições, respeitadas.

A tomada de decisão para os clientes de Private Banking, geralmente, é afetada por fatores sociais, econômicos, políticos e psicológicos. Mais especificamente, os agentes recebem variáveis caracterizadas por informações linguísticas, de importante influência nos mercados

financeiros, mas, por vezes, bastante vagas, como “alto risco”, “baixo retorno”, “longo prazo”, “volatilidade média” – em muitos casos, tais variáveis podem ser vinculadas a valores fuzzy (Ferreira *et al.*, 2018). Como consequência, tem crescido o aparecimento de literaturas que abordam o uso de conjuntos fuzzy no âmbito das finanças (Chourmouziadis & Chatzoglou, 2016; Liu & Zhang, 2015; Perez & Gomez, 2016).

Além disso, o processo de seleção de portfólio, no setor de Private Banking, é de responsabilidade de um gerente de relacionamento, cuja experiência em mercado financeiro pode ser limitada. Em alguns casos, ainda, há um claro conflito de interesses entre a melhor escolha para o banco e a melhor escolha para o cliente – dado que os bancos, através de seus gerentes de relacionamento, que exercem grande influência nas decisões dos investidores, podem optar por fundos que paguem um maior rebate, uma maior taxa de administração ou o que esteja mais alinhado com a estratégia comercial do banco – em detrimento do que seria melhor para o cliente e sem, necessariamente, fugir do perfil de risco do investidor (cumprindo as normas regulatórias e evitando potenciais sanções). Um dos objetivos do framework implementado através do SAD é oferecer um ambiente que proporcione o aumento da confiança entre bancos e clientes e, conseqüentemente, a melhoria do relacionamento entre eles. Em tal ambiente, os bancos devem incentivar a participação dos investidores no processo de tomada de decisão de tal maneira que os investidores passem a entender melhor a função do gerente de relacionamento e as responsabilidades éticas atreladas ao cargo (Ferreira *et al.*, 2018).

Diversos modelos já foram desenvolvidos para otimização de portfólios – sendo a grande maioria propondo formulações matemáticas que levam em conta a clássica dicotomia risco-retorno, restringindo a análise a apenas dois critérios (Prigent, 2007). Mais recentemente, alguns estudos estenderam o modelo padrão média-variância de Markowitz ao introduzir restrições de cardinalidade (Chang, Meade, Beasley, & Sharaiha, 2000) e ao utilizar diferentes medidas de

risco (Chang, Yang, & Chang, 2009). Atualmente, otimização multiobjetivo (MOO) se tornou uma maneira predominante de formular e resolver o problema (Steuer, Qi, & Hirschberger, 2007). Steuer, Qi, & Hirschberger (2005) e Zopoudinis & Doumpos (2013) apresentaram pesquisas interessantes acerca da aplicação de abordagens MOO para o problema de seleção de portfólio. Algoritmos evolutivos multiobjetivo (MOEA) (Anagnostopoulos & Mamanis, 2010; Metaxiotis & Liagkouras, 2012; Ong, Huang, & Tzeng, 2005), por sua vez, tem despertado o interesse de alguns pesquisadores em decorrência de sua habilidade em lidar com critérios não-convexos e não-lineares e em considerar características reais.

O reconhecimento de que vários itens são vagos no processo de seleção de portfólio levou ao uso de conjuntos fuzzy em alguns modelos. Bermúdez, Segura, & Vercher (2012) combinaram MOEA e conjuntos fuzzy a fim de lidar com seleção de portfólio com restrições de cardinalidade. Perez & Gomez (2016) propuseram um modelo binário e não-linear que faz uso de MOO com alguns parâmetros fuzzy – privando, contudo, o investidor de algumas informações. Calvo, Ivorra, & Liern (2016) usaram conjuntos fuzzy na representação de um critério não financeiro em um problema biobjetivo de risco x retorno.

Apesar dos exemplos citados, a aplicação de abordagens baseadas em modelagem é escassa no setor de Private Banking – muito, ainda, é feito a partir das escolhas dos gerentes de relacionamento das contas. Gonzalez-Carrasco *et al.* (2012), a partir do uso de técnicas de inteligência artificial, apresentaram um sistema de recomendação voltado para o setor de Private Banking capaz de determinar o perfil de risco do investidor e a carteira de investimentos mais adequada ao perfil. O sistema em questão foi desenvolvido, principalmente, com o propósito de recomendar um conjunto de produtos a partir de suas características e em função do perfil sócio-psicológico do investidor – no entanto, como crítica, o sistema não é capaz de

considerar certos aspectos reais do problema como o número e a incompatibilidade de certos ativos.

O Capítulo XII, denominado “Dever de Verificar a Adequação dos Investimentos Recomendados (Suitability)”, do “Código ANBIMA de Regulação e Melhores Práticas de Fundos de Investimentos” da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA, 2016) trata da responsabilidade intransferível das instituições financeiras conduzirem o processo de suitability (adequação de perfil) para com os seus clientes.

A Instrução CVM Nº 539 de 2013 (“ICVM 539”) discorre acerca da obrigatoriedade da verificação da adequação dos produtos, serviços e operações ao perfil de risco do cliente, inclusive, vedando a recomendação de produtos sem que o perfil de risco do cliente tenha sido mensurado previamente. Ainda de acordo com a ICVM Nº 539, as pessoas habilitadas a atuar como integrantes do sistema de distribuição e os consultores de valores mobiliários devem verificar: se o produto, serviço ou operação é adequado aos objetivos de investimento do cliente; se a situação financeira do cliente é compatível com o produto, serviço ou operação; e se o cliente possui conhecimento necessário para compreender os riscos relacionados ao produto, serviço ou operação.

A aplicação de um questionário de perfil de risco é, portanto, mandatória para a categorização do investidor de acordo com objetivos, riscos, conhecimento de mercado, horizonte de tempo dos investimentos, dentre outras variáveis. O padrão que será adotado para categorização do perfil de risco do cliente, no presente trabalho, será o enquadramento do cliente dentro de 4 perfis distintos, mutuamente exclusivos e calculados a partir das respostas dadas no questionário de perfil de risco, sendo eles (de menos arriscado para mais arriscado): conservador, moderado, arrojado e agressivo.

A categorização dos clientes por perfil de risco é válida apenas por um intervalo de tempo – dado que os objetivos de investimento mudam de acordo com a fase e o momento de vida de cada investidor. No Brasil, de acordo com o art. 8º da ICVM Nº 539, o prazo máximo para o processo de atualização das informações relativas ao perfil do cliente é de 24 meses. Os clientes que, findo o prazo de 24 meses, não responderem a um novo questionário ficarão desenquadrados ou sem perfil de risco cadastrado, uma situação que, a depender da instituição, pode restringir as operações de ditos clientes em certos mercados – mostrando, por conta da atuação dos órgãos reguladores através de auditorias (programadas ou espontâneas), o quão importante é manter o perfil de risco em dia na base de dados das instituições financeiras brasileiras.

A ICVM Nº 539, além de estabelecer a necessidade da determinação de um perfil de risco para os clientes, especifica que as pessoas citadas no art. 1º devem, também, “analisar e classificar as categorias de produtos com que atuem, identificando as características que possam afetar sua adequação ao perfil do cliente”. No mínimo, na análise e classificação das categorias de produtos, devem ser considerados: os riscos associados ao produto e seus ativos subjacentes; o perfil dos emissores e prestadores de serviços associados ao produto; a existência de garantias; e os prazos de carência.

Os riscos associados aos produtos são, portanto, basicamente, os riscos de crédito e de mercado e, em menor escala, o risco de liquidez. O risco de liquidez vem ganhando importância, inclusive sendo levado em conta no último dos Acordos de Basileia – no entanto, não será abordado no presente trabalho. O risco de mercado pode, de forma sucinta, ser entendido como a volatilidade inerente aos preços dos ativos em seus respectivos mercados de negociações. Já o risco de crédito, diz respeito ao não cumprimento – parcial ou completo – dos termos pactuados no contrato de dívida pelo emissor do título. Em geral, os fundos de investimento

são classificados dentro das cinco categorias seguintes em ordem crescente de risco (Ferreira *et al.*, 2018): baixíssimo risco, baixo risco, risco moderado, alto risco e altíssimo risco.

Os gerentes de relacionamento, portanto, só podem ofertar os produtos com classificações de risco compatíveis com o perfil de risco específico do cliente. Contudo, os clientes podem realizar uma operação não adequada ao seu respectivo perfil de risco contanto que seja assinado pelo cliente um documento formal atestando ciência dos riscos inerentes ao produto – inclusive, a depender do caso, do risco de perda do principal investido – e conhecimento da incompatibilidade entre a classificação do produto e o perfil de risco existente nos cadastros da instituição financeira – com o propósito de, além de cumprir com a legislação vigente, isentar o banco de quaisquer responsabilidades legais.

Outro ponto a destacar é que a maneira como o processo de seleção de portfólio para os clientes é realizada pelos gerentes de relacionamento – em boa parcela das instituições brasileiras – não é, por assim dizer, uma ciência exata. Desde que atendidas as proposições da regulamentação corrente, o gerente fica livre para ofertar quaisquer produtos presentes naquele subconjunto – que nem sempre podem ser os mais vantajosos para os clientes, cujos interesses deveriam ser os mais importantes. A escolha dos produtos, em vários casos, pode ser feita visando o cumprimento das metas comerciais, alinhadas com os objetivos da instituição, mas em detrimento dos interesses do cliente. A automatização de um modelo já validado (objetivo principal do trabalho) previne escolhas subjetivas, substituindo tais escolhas pelos resultados de um modelo matemático de fácil uso e que respeitará os pesos definidos para os 3 objetivos acordados com o cliente: aderência ao perfil, risco e retorno – quaisquer carteiras que apresentem fuga aos objetivos serão descartadas.

#### 4 ARQUITETURA DO SAD

Um Sistema de Apoio à Decisão (SAD) é um sistema de informação utilizado para dar suporte a um tomador de decisão de qualquer nível, face a problemas semi-estruturados e não estruturados (Davis & Olson, 1985). Sistemas de Apoio à Decisão podem seguir diferentes abordagens: baseados em dados, baseados em análise de informações ou em modelos (Bigdoli, 1989). Os sistemas baseados em dados preocupam-se na realização de comparações entre os dados atuais, os dados passados e dados que se queiram alcançar. Já os sistemas baseados em análise de informação fazem uso de base de dados para orientar a decisão e de pequenos modelos – permitindo a análise da situação atual utilizando dados internos e possibilitando a geração de uma previsão para o próximo período. Por fim, sistemas baseados em modelos utilizam relações e fórmulas definidas, possibilitando análises do tipo “o que” e “se”, e dividindo-se nas categorias explicadas a seguir (Miranda, Costa, & Almeida, 2002): modelos representativos (ou de simulação), modelos de otimização e modelos de sugestão.

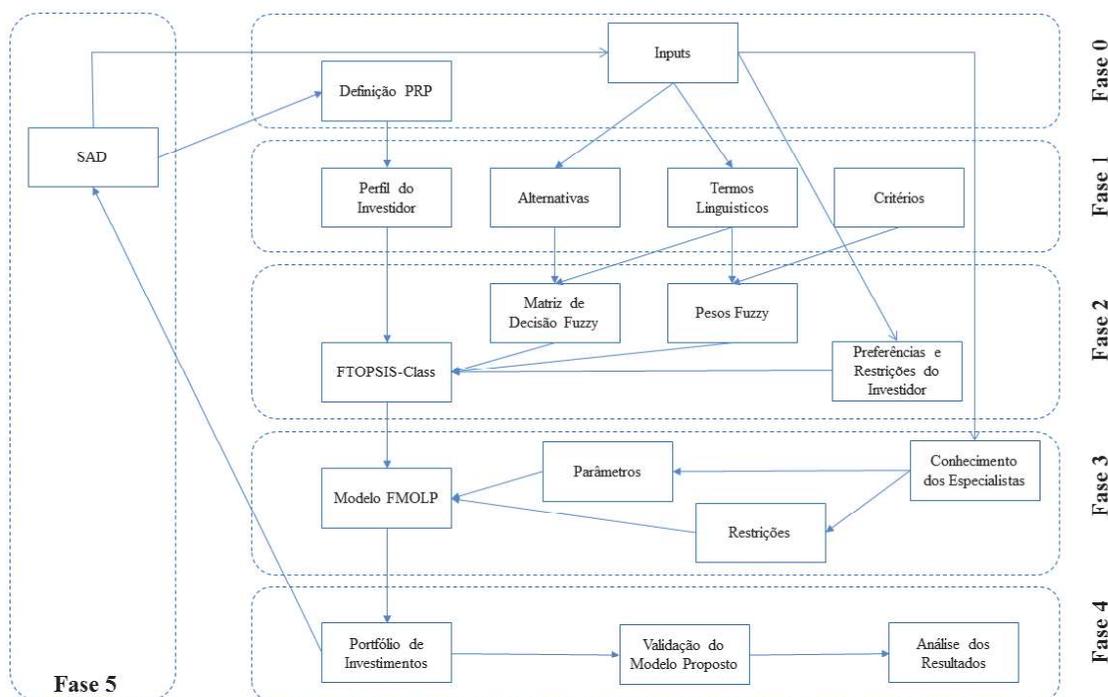
O SAD proposto no presente trabalho adota a abordagem baseada em modelos e o modelo em questão pode ser categorizado na última das categorias especificadas. De forma estrutural, um SAD é composto de uma base de uma base de dados, que tem por função auxiliar o sistema, uma base de modelos, que provê a capacidade de análise e o diálogo (interface), que promove a interação entre o usuário e o sistema. Ao se tratar do desenvolvimento do SAD, é necessário considerar as 3 tecnologias básicas de SAD (Miranda, Costa, & Almeida, 2002): SAD Específico, Gerador de SAD e Ferramenta SAD.

Podem ser citados como vantagens do uso adequado de um SAD para o auxílio da tomada de decisão: o aumento do número de alternativas examinadas; a melhor compreensão do negócio em questão; a maior velocidade de resposta a algumas situações inesperadas; a possibilidade de desempenhar análises *ad hoc*; novos conhecimentos e aprendizagens; a

melhoria na comunicação; o melhor controle; a minimização dos custos; a escolha das melhores decisões; o aumento da eficácia do trabalho em equipe; os ganhos de tempo e a melhor utilização dos recursos de dados (Clericuzi, Almeida, & Costa, 2006).

A Figura 1 apresenta a estruturação faseada do framework que será adotado pelo SAD. O SAD proposto no presente trabalho acrescenta ao modelo proposto em Ferreira et al. (2018) um protocolo para a definição do PRP do investidor, a partir de um questionário baseado no padrão adotado no mercado atualmente (Fase 0), a apresentação dos resultados de forma amigável para o cliente final (Fase 5) e a automatização dos motores de cálculo (Fases 1, 2, 3) – tanto para a resolução do problema AMD, quanto para obtenção dos resultados finais através do fuzzy MOO.

Figura 1 – Fases do Framework



Fonte: Adaptado de Ferreira et al., 2018

A Fase 1 é, em linhas curtas, uma fase de definição das entradas dos problemas – e, por isso, não contém modelos. A Fase 2 faz uso de um modelo inovador de resolução de problemas AMD, FTOPSIS-Class, para classificação das alternativas de investimento de acordo com as preferências dos tomadores de decisão e definições de risco do banco. A Fase 3 trata da questão da alocação dos ativos e, em seguida, na Fase 4, é feita a validação dos resultados obtidos. A Fase 4 não foi automatizada pelo SAD por motivos que serão explanados posteriormente.

Para o desenvolvimento do SAD, como mencionado anteriormente, a ferramenta SAD escolhida foi a linguagem de programação VBA, regida pelo paradigma de orientação a eventos, dado que provê as funcionalidades necessárias para o desenvolvimento dos algoritmos e a interface será o Microsoft Excel, optado pela simplicidade na manipulação do design (principalmente, para a construção de gráficos – importantes para entendimento do problema), facilitando, assim, o diálogo entre os usuários, a base de dados e a base de modelos.

#### 4.1 BASE DE DADOS

Um banco de dados computacional é definido como uma série de arquivos ou tabelas relacionadas. Na base de dados, os dados podem ser acessados diretamente pelo usuário ou podem servir de input para a base de modelos. O Sistema Gerenciador de Banco de Dados (SGBD) cria, armazena, mantém e gerencia o acesso a um banco de dados e seu desempenho.

Há 2 tipos de dados que o SAD deve ter acesso: internos e externos. Os internos são gerados dentro da organização – podem envolver dados dos sistemas de informação da empresa ou de diferentes unidades de negócio. Os externos são provenientes de diversas fontes e são úteis quando o SAD é projetado para apoiar questões estratégicas (Bigdoli, 1989). Como dados internos, o SAD desenvolvido receberá: as alternativas de investimentos e suas respectivas características, a matriz de decisão para cada alternativa de investimento, a matriz de decisão para cada perfil de risco – as duas últimas providas a partir da análise do especialista. Como

externos, o SAD receberá os dados cadastrais do cliente e as respostas ao Questionário de Suitability. Dado que o tamanho da base não chega a ser significativo – a maior tabela da base de dados tem menos de 100 registros –, as tabelas foram armazenadas no Microsoft Excel, que funcionou como o SGBD.

## 4.2 BASE DE MODELOS

Além da base de dados, é necessário o desenvolvimento e implementação de uma base de modelos, que tem por propósito auxiliar no processo de tomada de decisões. Um modelo pode ser entendido como uma representação simplificada de uma situação na vida real, sendo construído através de uma série de elementos (variáveis) e suas respectivas relações (restrições impostas). Existem vários tipos de modelo, sendo os tipos mais conhecidos os matemáticos e os estatísticos (Gray, 1994). Nas subseções subsequentes, serão explicados, por fase, os modelos presentes no SAD.

O SAD se baseará em modelos presentes no framework proposto por Ferreira *et al.* (2018), sendo a escolha direcionada pelo fato do modelo já ter sido testado e validado em produtos do sistema financeiro brasileiro (fundos de investimento do Banco do Brasil) e por não se restringir, apenas, ao uso de ações – como alguns dos modelos analisados (Konno & Yamazaki, 1991; Leung, 2009; Yunusoglu & Selim, 2013; Gottschlich & Hinz, 2014; Chourmouziadis & Chatzoglou, 2016). Ainda em termos das alternativas de investimento, a solução adotada pelo trabalho pode ser estendida para os demais produtos presentes no sistema financeiro brasileiro (ou seja, não apenas para fundos). Outra premissa para a escolha de modelo foi a capacidade de propor o tratamento para mais de um objetivo – atualmente, são considerados 3 (aderência, risco e retorno), mas nada impede, contanto que testado e validado, que novos objetivos sejam acrescentados ao modelo. O uso de variáveis fuzzy para classificação dos critérios aproxima o modelo da realidade em que nem todas as variáveis são quantitativas.

### 4.2.1 Fase 0

O Questionário de Suitability foi elaborado com base em um questionário já utilizado para a mensuração do perfil do risco de cliente por um dos maiores bancos do mercado financeiro brasileiro. A partir das respostas do cliente, é possível se ter uma melhor ideia de seus objetivos, conhecimentos, horizonte de tempo, restrições, dentre outras características e, em seguida, categorizar o cliente dentro de um dos quatro perfis de risco  $p$ , sendo  $p \in P = \{\text{“Conservador”}, \text{“Moderado”}, \text{“Arrojado”}, \text{“Agressivo”}\}$ . Cada questão possui um peso, cada alternativa um valor, sendo o resultado da questão o produto entre o peso (que varia de 1 até 3) e o valor da alternativa. O modelo de cálculo do perfil de risco do cliente consiste no somatório do resultado de 8 questões e no posterior enquadramento de acordo com os intervalos presentes na Tabela 2. Um exemplo de um questionário respondido pode ser encontrado na Figura 2.

*Tabela 2 – Perfis de Risco x Suitability*

<b>Perfil</b>	<b>Somatório</b>
Conservador	Abaixo de 28
Moderado	De 28 – 37
Arrojado	De 38 – 47
Agressivo	Acima de 47

### 4.2.2 Fase 2

É na Fase 2 que a adequação de um investimento  $i \in I$  para um perfil  $p \in P$  é definida, baseando-se nos atributos definidos na Fase 1, que, por sua vez, será abordada na subseção que trata dos diálogos entre os usuários e o SAD. Trata-se de um problema de Classificação Multicritério Nominal (MCNC) (Chen, 2006), onde o objetivo é classificar as alternativas de investimento dentro de grupos homogêneos predefinidos – os perfis dos investidores. Alguns

métodos de AMD foram desenvolvidos para problema de classificação, categorizados como (Doumpos *et al.*, 2009): (i) baseado em funções de valor (Greco, Mousseau, & Slowinski, 2010); (ii) métodos simbólicos baseados em regras de decisão (Greco, Matarazzo, & Slowinski, 2001); e (iii) métodos outranking (Bouyssou & Marchant, 2015). Contudo, em problemas de ordenamento, uma alternativa pertence a um único grupo, enquanto, em problemas MCNC algumas alternativas podem ser designadas a mais de um grupo ou, inclusive, a nenhum grupo. Como resultado, os métodos de classificação baseados em ordenamento são de pouca relevância para os problemas de MCNC (Chen, 2006). Pelo exposto acima, o método escolhido para a realização do ordenamento foi o proposto por Ferreira *et al.* (2018): o FTOPSIS-Class, já elucidado em seções anteriores.

### 4.2.3 Fase 3

O objetivo da fase atual é a definição da proporção de cada alternativa de investimento de acordo com o perfil do investido, objetivos e preferências. De acordo com o modelo proposto por Zopoudinis *et al.* (2015), a estratégia de alocação de ativos é representada pelo modelo multi-objetivo genérico a seguir:

$$\max Z_1, Z_2, \dots, Z_k \quad \text{Equação 10}$$

$$\min Z_{k+1}, Z_{k+2}, \dots, Z_l \quad \text{Equação 11}$$

$$\text{s. a } x \in X \quad \text{Equação 12}$$

O modelo de otimização ponderado max-min necessário para a resolução do problema de seleção de portfólio será um problema de programação linear multiobjetivo e, para sua formulação, é necessária a resolução do Algoritmo 3 (Algoritmo Gerador de Problemas Fuzzy MOLP) a seguir:

---

**Algoritmo 3** Algoritmo Gerador de Problemas Fuzzy MOLP

---

**Passo 1:** Formular o problema de seleção de portfólio, usando os objetivos e as restrições definidos de maneira interativa pelo analista de investimentos do banco e pelo investidor.

**Passo 2:** Resolver o problema de programação linear multiobjetivo (MOLP) como um problema de objetivo único para cada objetivo  $i, i = 1, \dots, k$ . Como trata-se do melhor valor para cada objetivo, definir  $Z_i^+$  como o limite superior do  $i$ -ésimo objetivo.

**Passo 3:** Resolver o problema MOLP como um problema de objetivo único, mudando a direção de otimização para cada objetivo  $j, j = k + 1, \dots, l$ . Como trata-se do pior valor para cada objetivo, definir  $Z_j^-$  como o limite inferior do  $j$ -ésimo objetivo.

**Passo 4:** Para cada objetivo  $i = 1, \dots, k$ , encontrar a função objetivo correspondente.

**Passo 5:** Para cada objetivo  $j = k + 1, \dots, l$ , encontrar a função objetivo correspondente.

**Passo 6:** Definir os pesos ( $\theta_i, i = 1, \dots, l$ ) dos objetivos.

**Passo 7:** Formular o problema como um modelo max-min multiobjetivo ponderado.

**Passo 8:** Resolver o modelo definido no Passo 7 a fim de encontrar a solução ótima do problema formulado no Passo 1.

---

As 3 funções objetivo para a construção do problema MOLP são definidas, conceitualmente e matematicamente, abaixo (Equações 18, 19 e 20), sendo  $C$  o total de capital disponível para a alocação,  $m$  o número de alternativas de investimento disponíveis no problema,  $x_i$  a variável de decisão que representa a proporção alocada em cada fundo  $F_i$  e  $R_i$  o valor da rentabilidade de cada alternativa nos últimos 12 meses (Tabelas 3 e 4). O modelo de MAD, introduzido por Konno & Yamazaki (1991) em otimização de portfólio e amplamente testado em vários mercados acionários (Mansini, Ogryczak, & Speranza, 2014), foi selecionado como medida de risco do portfólio.

1. Aderência ( $\theta_1$ ): adequação do portfólio ao perfil do investidor;

$$\max Z_1 = \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} C C_i^p x_i \quad \text{Equação 13}$$

2. Retorno ( $\theta_2$ ): maximizar o retorno do portfólio de investimentos através da maximização da medida de retorno esperado médio do portfólio;

$$\max Z_2 = \sum_{i \in I} R_i x_i \quad \text{Equação 14}$$

3. Risco ( $\theta_3$ ): minimizar o risco do portfólio através da minimização do desvio médio absoluto (MAD).

$$\min Z_3 = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m \left| R_i - \left( \sum_{i=1}^m x_i R_i \right) \right| \quad \text{Equação 15}$$

Sendo  $I_i$  a variável de decisão que representa a proporção alocada em cada fundo  $F_i$  e  $z_i$  a variável de decisão binária que define se um investimento é feito ou não no fundo  $F_i$ , as restrições às quais as funções objetivo estão sujeitas são representadas pelas Equações 16, 17, 18, 19 e 20 – assim, finalizando a formulação do problema de seleção de portfólio no setor de Private Banking.

$$x_i \geq \frac{I_i}{C} z_i \quad \forall i \in I \quad \text{Equação 16}$$

$$\sum_{i \in I} x_i = 1 \quad \text{Equação 17}$$

$$x_i \leq z_i \quad \forall i \in I \quad \text{Equação 18}$$

$$\sum_{i \in I} z_i \leq N \quad \text{Equação 19}$$

$$x_i \geq 0, z_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad \text{Equação 20}$$

A Equação 16 proíbe que sejam feitas alocações que venham a ferir as regras de aplicação mínima estabelecida no regulamento dos fundos – adicionando ao modelo características reais do problema de seleção de portfólio. A Equação 17 define que a alocação da carteira deve somar 100%, o que, em termos práticos, significa que nenhum recurso deverá permanecer em conta corrente sem ser investido. A restrição presente na Equação 18 garante que os recursos só serão alocados em ativos selecionados pelo modelo. A Equação 19 restringe o número de ativos presentes no portfólio. Por fim, os domínios das variáveis são definidos pela Equação 20.

#### **4.2.4 Fase 4**

Dado que o objetivo do SAD é prover uma interface de fácil utilização para o usuário final – seja ele o investidor ou o gerente de relacionamento – e pela validação dos resultados não ser função de tal usuário final, a automatização da fase de validação não foi objeto do trabalho.

### **4.3 DIÁLOGO**

O diálogo é a comunicação entre a interface com o usuário e as demais bases do sistema de apoio à decisão – a base de modelos e a base de dados. No projeto em questão, a interface foi projetada através da ferramenta gráfica do Microsoft Excel.

#### **4.3.1 Fase 0**

No SAD, por questões de estética, as questões presentes no Questionário de Suitability original foram sintetizadas, mas sem que o sentido delas fosse prejudicado. Na Figura 2, há um exemplo do questionário respondido diretamente no sistema e já com o perfil correspondente, no canto direito inferior, como resultado.

Figura 2 – Questionário de Perfil de Risco do Portfólio disponível no SAD

**Suitability**

a) Objetivo 3

Preservação de patrimônio

Combinação entre preservação e valorização

Maximização de ganho

b) Horizonte de Tempo 2

Até 1 ano

1 a 5 anos

Mais de 5 anos

c) Necessidade dos Recursos 2

Complemento de renda

Eventualmente, pode precisar de parte

Não há necessidade imediata

d) % da Renda Investido Regularmente 1

Até 10%

De 10 a 20%

Acima de 20%

e) Em virtude de uma perda de 10% do valor de seus investimentos, qual seria a sua atitude? 2

Não sei o que faria

Venderia toda a posição

Manteria a posição

Aumentaria a posição

f) Quais investimentos dos investimentos abaixo fizeram parte de sua carteira nos últimos cinco anos? (múltipla escolha) 3

Poupança, Fundos, DI, CDB, Fundos RF

Fundos Multimercado, Títulos Públicos, LCI, LCA

Fundos de Ações, Ações, Fundos Imobiliários, Debêntures, Fundos Cambiais

Fundos de Investimento em Participações (FIP), Derivativos (Futuros, Opções e Swaps)

g) Expectativa de renda para os próximos cinco anos 2

Minha renda deve diminuir devido à aposentadoria, mudança de emprego, redução de faturamento, etc

Minha renda deve se manter estável

Minha renda deve aumentar devido a uma promoção, novo emprego, aumento de faturamento, etc

h) Opera Derivativos? 6

Não  Sim

Resultado

21

Concluir Limpar

**Perfil Conservador**

Tem como prioridade a segurança dos investimentos. No Perfil Conservador, é aconselhável manter a maior parte da carteira em investimentos de baixo ou baixíssimo risco - contudo, uma menor parcela da alocação pode ser feita em produtos com um maior risco, com o propósito de se atingir maiores retornos no longo prazo.

Figura 3 – Formulário de Cadastro

**Cadastro**

Nome: Drance Oliveira

Idade: 18 - 30

Escolaridade: Ensino Superior

Faixa Salarial:

Filhos: 1

Possui casa própria?  Sim  Não

Capital Investido em Imóveis: R\$ 1.500.000,00

Objetivos:

Aderência (%): 40

Retorno (%): 20

Risco (%): 40

Resultado: 100

Concluir

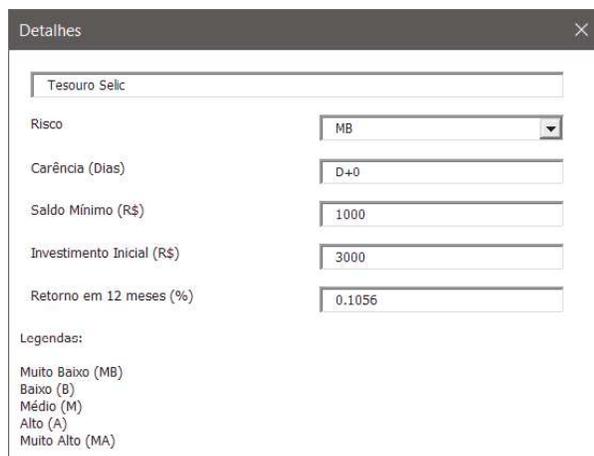
No entanto, o usuário apenas terá acesso ao “Questionário de Perfil de Risco de Portfólio” após o preenchimento de suas informações básicas no “Formulário de Cadastro” (Figura 3). A partir dos dados informados pelo investidor no “Formulário de Cadastro”, é possível, posteriormente, realizar um estudo demográfico dos investidores. Ainda no

“Formulário de Cadastro”, a seção “Objetivos” servirá como entrada para o problema de programação linear multiobjetivo (MOLP) – que, por sua vez, foi gerado pelo Algoritmo 3.

#### 4.3.2 Fase 1

Na Fase 1, são estabelecidas as alternativas de investimento, quais critérios serão adotados – classificando cada critério como critério de custo ou de benefício – e os termos linguísticos que serão utilizados para classificação dos fundos e dos pesos. A tela presente na Figura 4 possibilita alterações cadastrais em cada uma das alternativas de investimentos. Para execução da Fase 1, é imprescindível a participação de um analista de investimentos para classificação dos fundos de acordo com os critérios estabelecidos. Os critérios devem incorporar uma série de questões regulatórias: (i) os produtos, operações ou serviços ofertados devem convergir com os objetivos do investidor; (ii) a situação financeira do investidor deve ser compatível com tais produtos, operações ou serviços; e (iii) o cliente deve possuir conhecimento suficiente para entender os riscos inerentes aos produtos, operações ou serviços adquiridos por ele (Ferreira *et al.*, 2018). A tela que serve como receptáculo principal de tais dados encontra-se na Figura 5. Há um diálogo entre a interface e a base de dados – assim que os formulários são preenchidos e submetidos, os dados são armazenados.

Figura 4 – Cadastro dos Fundos



Detalhes	
Tesouro Selic	
Risco	MB
Carência (Dias)	D+0
Saldo Mínimo (R\$)	1000
Investimento Inicial (R\$)	3000
Retorno em 12 meses (%)	0.1056
Legendas:	
Muito Baixo (MB)	
Baixo (B)	
Médio (M)	
Alto (A)	
Muito Alto (MA)	

Figura 5 – Classificação dos Fundos com Relação aos Critérios

	C1	C2	C3	C4	CS1	CS2	CS3
<input type="checkbox"/> Tesouro Selic	MB	MB	A	MB	MA	MB	M
<input type="checkbox"/> Yield DI	MB	MB	MA	MB	MA	MB	M
<input type="checkbox"/> High Yield	B	MB	A	B	A	B	M
<input type="checkbox"/> Crédito Corporativo	B	MB	MA	B	A	B	M
<input type="checkbox"/> Explorer	M	MB	MA	M	M	M	MA
<input type="checkbox"/> Discovery	M	MB	MA	M	M	M	MA
<input type="checkbox"/> Multigestor Macro	A	A	MA	A	B	A	MA
<input type="checkbox"/> Absoluto	A	B	MB	A	B	A	A
<input type="checkbox"/> Alpha	MA	MB	MA	MA	MB	MA	A
<input type="checkbox"/> Cambial	MA	MA	B	MA	MB	MA	MA
Conservador	B	MB	MB	MB	MA	MB	A
Moderado	B	MB	B	B	A	B	MA
Arrojado	A	MB	A	A	B	A	B
Agressivo	MA	MB	MA	MA	MB	MA	MB

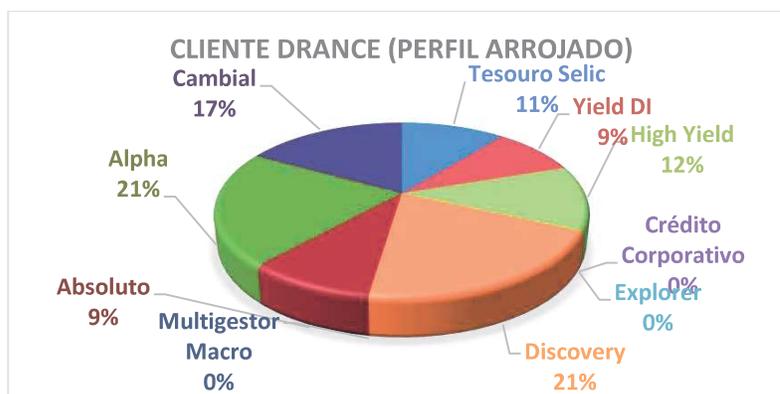
Legendas:

Muito Baixo (MB) = (0,0,0,0,0,1,0,2)  
 Baixo (B) = (0,1,0,2,0,3,0,4)  
 Médio (M) = (0,3,0,4,0,5,0,6)  
 Alto (A) = (0,5,0,6,0,7,0,8)  
 Muito Alto (MA) = (0,7,0,8,0,9,1,0)

### 4.3.3 Fase 5

A última fase – melhoria implementada pelo SAD – provê a visualização da carteira proposta pelo modelo matemático aos usuários finais. A Figura 6 exemplifica uma alocação gerada pelo SAD, representada, visualmente, por um gráfico de pizza. Os pesos dos objetivos, para obtenção de tal resultado, foram definidos como: 20% de aderência ( $\theta_1$ ), 20% de retorno ( $\theta_2$ ) e 60% de risco ( $\theta_3$ ).

Figura 6 – Exemplo de Alocação Gerada Pelo SAD (Perfil Arrojado)



## 5 VALIDAÇÃO DO SAD

As rentabilidades mensais (de dezembro/2016 até novembro/2017) dos fundos escolhidos estão disponíveis na Tabela 3. Na Tabela 4, encontra-se um resumo das principais características dos fundos escolhidos, como retorno (acumulado de dezembro/2016 até novembro/2017 – 12 meses), taxa de administração e risco.

*Tabela 3 – Rentabilidades dos Fundos*

	dez-16	jan-17	fev-17	mar-17	abr-17	mai-17	jun-17	jul-17	ago-17	set-17	out-17	nov-17
Selic	1.09%	1.07%	0.86%	1.04%	0.78%	0.93%	0.90%	0.81%	0.78%	0.63%	0.64%	0.55%
Acumulado	1.09%	2.17%	3.05%	4.12%	4.93%	5.91%	6.86%	7.73%	8.57%	9.25%	9.95%	10.56%
Yield	1.14%	1.10%	0.90%	1.19%	0.81%	0.94%	0.83%	0.81%	0.81%	0.65%	0.65%	0.58%
Acumulado	1.14%	2.25%	3.17%	4.40%	5.25%	6.24%	7.12%	7.98%	8.86%	9.57%	10.28%	10.92%
High Yield	1.14%	1.31%	1.19%	1.11%	0.77%	0.83%	0.88%	1.11%	0.80%	0.71%	0.58%	0.57%
Acumulado	1.14%	2.46%	3.68%	4.84%	5.64%	6.52%	7.46%	8.65%	9.52%	10.30%	10.94%	11.57%
Créd. Corp. I	1.20%	1.21%	1.13%	1.25%	0.90%	1.04%	1.04%	0.92%	0.89%	0.72%	0.72%	0.65%
Acumulado	1.20%	2.42%	3.58%	4.88%	5.82%	6.92%	8.03%	9.03%	10.00%	10.79%	11.59%	12.31%
Explorer	1.29%	1.60%	1.05%	1.10%	0.88%	0.48%	1.10%	1.35%	0.87%	0.87%	0.60%	0.68%
Acumulado	1.29%	2.91%	3.99%	5.14%	6.06%	6.57%	7.74%	9.20%	10.15%	11.10%	11.77%	12.53%
Discovery	1.15%	2.27%	1.47%	1.57%	1.44%	-0.09%	1.65%	3.14%	1.97%	2.37%	0.40%	0.91%
Acumulado	1.15%	3.45%	4.97%	6.61%	8.15%	8.05%	9.84%	13.28%	15.52%	18.25%	18.73%	19.81%
Mult. Macro	0.00%	0.00%	-0.20%	2.08%	1.08%	0.49%	-0.58%	0.88%	2.44%	1.12%	1.91%	-0.09%
Acumulado	0.00%	0.00%	-0.20%	1.88%	2.98%	3.48%	2.88%	3.79%	6.32%	7.51%	9.56%	9.46%
Absoluto	-0.25%	3.70%	3.49%	0.71%	2.38%	-1.80%	1.61%	4.21%	4.44%	3.90%	-1.42%	-1.82%
Acumulado	-0.25%	3.44%	7.05%	7.81%	10.38%	8.39%	10.14%	14.77%	19.87%	24.54%	22.77%	20.54%
Alpha	2.31%	1.76%	1.24%	1.85%	1.71%	0.81%	1.76%	2.15%	0.73%	0.49%	0.09%	-0.79%
Acumulado	2.31%	4.11%	5.40%	7.35%	9.19%	10.07%	12.01%	14.42%	15.25%	15.82%	15.92%	15.01%
Cambial	-4.10%	-2.85%	-1.33%	0.77%	1.57%	1.92%	2.23%	-5.62%	1.02%	0.68%	3.80%	0.00%
Acumulado	-4.10%	-6.83%	-8.07%	-7.36%	-5.91%	-4.10%	-1.97%	-7.47%	-6.53%	-5.90%	-2.32%	-2.32%

Fonte: Comissão de Valores Mobiliários (CVM)

*Tabela 4 – Alternativas de Investimento*

Fundo	Taxa de Adm.	Risco	Resgate	Saldo Mínimo	Investimento Inicial	Retorno
Selic	0.20%	MB	D+0	R\$ 1,000.00	R\$ 3,000.00	10.56%

Yield	0.30%	MB	D+0	R\$	1,000.00	R\$	3,000.00	10.91%
High Yield	0.80%	MB	D+1	R\$	5,000.00	R\$	25,000.00	11.57%
Créd. Corp. I	0.50%	B	D+31	R\$	1,000.00	R\$	5,000.00	12.31%
Explorer	1.75%	B	D+5	R\$	1,000.00	R\$	5,000.00	12.53%
Discovery	2.00%	M	D+31	R\$	1,000.00	R\$	5,000.00	19.80%
Mult. Macro <sup>1</sup>	0.50%	A	D+61	R\$	5,000.00	R\$	5,000.00	12.21%
Absoluto	2.00%	A	D+33	R\$	-	R\$	5,000.00	20.54%
Alpha	0.75%	A	D+60	R\$	25,000.00	R\$	25,000.00	15.01%
Cambial	1.00%	A	D+1	R\$	1,000.00	R\$	5,000.00	-2.32%

## 5.1 CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Os critérios utilizados no exemplo numérico do modelo proposto por Ferreira *et al.* (2018) foram definidos com base em instruções regulatórias das agências governamentais. Os critérios, abaixo especificados, são divididos em dois grupos: o primeiro agrega os critérios relacionados à performance dos fundos ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ) e o segundo reúne os critérios associados aos objetivos do investidor e ao seu conhecimento acerca dos instrumentos financeiros.

- Critério ( $C_1$ ): risco;
- Critério ( $C_2$ ): número de dias para resgate;
- Critério ( $C_3$ ): retorno líquido;
- Critério ( $C_4$ ): compatibilidade com o conhecimento do investidor;
- Critério ( $C_{51}$ ): preservação de riqueza;
- Critério ( $C_{52}$ ): geração de riqueza no curto prazo;
- Critério ( $C_{53}$ ): acumulação de riqueza no longo prazo.

---

<sup>1</sup> Como o fundo Multigestor Macro foi iniciado no dia 26/01/2017, para se obter uma estimativa real do retorno do fundo nos últimos 12 meses, o retorno considerado foi obtido a partir do produto do rendimento acumulado do fundo em relação à Taxa DI-Cetip (desde o início do fundo até o dia 30/11/2017 – cerca de 115% da Taxa DI-Cetip) pela DI acumulado do dia 30/11/2016 até o dia 30/11/2017 (aproximadamente 10.59%).

Tabela 5 – Matriz de decisão fuzzy para cada fundo de investimento ( $\tilde{R}$ )

Fundo	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_{51}$	$C_{52}$	$C_{53}$
Tesouro Selic	MB	MB	A	MB	MA	MB	M
Yield	MB	MB	MA	MB	MA	MB	M
High Yield	B	MB	A	B	A	B	M
Créd. Corp. I	B	MB	MA	B	A	B	M
Explorer	M	MB	MA	M	M	M	MA
Discovery	M	MB	MA	M	M	M	MA
Mult. Macro	A	A	MA	A	B	A	MA
Absoluto	A	B	MB	A	B	A	A
Alpha	MA	MB	MA	MA	MB	MA	A
Cambial	MA	MA	B	MA	MB	MA	MA

Tabela 6 – Matriz de referência para cada perfil ( $\tilde{Q}$ )

Perfil	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_{51}$	$C_{52}$	$C_{53}$
Conservador	B	MB	MB	MB	MA	MB	A
Moderado	B	MB	B	B	A	B	MA
Arrojado	A	MB	A	A	B	A	B
Agressivo	MA	MB	MA	MA	MB	MA	MB

## 5.2 ORDENAMENTO

O resultado do ordenamento para as entradas presentes nas Tabelas 5 e 6 pode ser encontrado na Tabela 7 – os valores em negrito indicam os maiores valores do coeficiente de proximidade ( $CC_i^p$ ) para cada fundo, indicando, assim, o perfil mais adequado para eles. Os valores na Tabela 7 foram calculados de acordo com o Algoritmo 2 (FTOPSISIS-Class) e  $\tilde{w} = [B, B, B, B, B, B, B]$  foi o vetor de peso utilizado. Quanto maior o valor de  $CC_i^p$  para determinada combinação de fundo  $i$  com perfil  $p$ , mais adequado é o fundo para tal perfil. Os valores em negrito representam o perfil mais adequado para cada alternativa de investimento. As classes resultantes do ordenamento foram compatíveis com as classificações de risco feitas pelo banco para todos os fundos – mostrando coerência no modelo proposto por Ferreira *et al.* (2018).

Tabela 7 – Resultados do Procedimento de Ordenamento

Fundo	Coeficiente de Proximidade			
	Conservador	Moderado	Arrojado	Agressivo
Tesouro Selic	<b>0.78723</b>	0.70095	0.28213	0.21277
Yield	<b>0.78723</b>	0.70095	0.28213	0.21277
High Yield	<b>0.82838</b>	0.73759	0.22754	0.17162
Créd. Corp. I	0.64703	<b>0.72590</b>	0.45203	0.35297
Explorer	0.70223	<b>0.79760</b>	0.39243	0.29777
Discovery	0.53695	<b>0.60235</b>	0.54206	0.46305
Mult. Macro	0.50026	0.55546	<b>0.62530</b>	0.49974
Absoluto	0.36349	0.43765	<b>0.73657</b>	0.63651
Alpha	0.40574	0.48080	<b>0.73202</b>	0.59426
Cambial	0.32108	0.33585	0.62299	<b>0.67892</b>

## 5.3 CARTEIRAS SIMULADAS PELO SAD PARA INVESTIDORES FICTÍCIOS

Tabela 8 – Carteiras Simuladas pelo SAD para Investidores Fictícios

Perfil	#	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10
Conservador	1	0.8	0.1	0.1	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	2	0.4	0.2	0.4	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	3	0.2	0.2	0.6	0.00%	0.00%	61.25%	0.00%	33.69%	5.06%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	4	0.1	0.2	0.7	11.17%	0.00%	0.00%	0.00%	88.83%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Moderado	1	0.8	0.1	0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	2	0.4	0.2	0.4	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
	3	0.2	0.2	0.6	0.00%	0.00%	0.00%	35.08%	38.50%	17.09%	0.00%	0.00%	0.00%	9.33%
	4	0.1	0.2	0.7	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	98.52%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	1.48%
Arrojado	1	0.8	0.1	0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%
	2	0.4	0.2	0.4	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	41.99%	58.01%	0.00%
	3	0.2	0.2	0.6	10.79%	9.01%	12.05%	0.00%	0.00%	20.52%	0.00%	9.35%	21.35%	16.94%
	4	0.1	0.2	0.7	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	19.79%	0.00%	25.52%	25.50%	29.19%
Agressivo	1	0.8	0.1	0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	37.33%	0.00%	62.67%
	2	0.4	0.2	0.4	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	46.52%	0.00%	53.48%
	3	0.2	0.2	0.6	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	66.14%	0.00%	0.00%	0.00%	33.86%

4 0.1 0.2 0.7 0.00% 0.00% 0.00% 0.00% 0.00% 0.81% 98.69% 0.50% 0.00% 0.00%

---

A Tabela 8 exibe os resultados do problema de seleção de portfólio, para cada um dos 4 perfis, de 4 combinações diferentes de peso dos objetivos – total de 16 carteiras simuladas. Nos casos 1, quando a aderência ao perfil de risco pesa 80%, há uma clara concentração nos fundos que foram classificados como os mais alinhados com as categorias de risco – assim como nos testes feitos por Ferreira *et al.* (2018). Por exemplo, o fundo com maior coeficiente de proximidade para a classe conservadora é o High Yield (F3) e, no resultado, todos os recursos foram alocados nele. A mesma situação ocorre com o Explorer (F5) na classe conservadora. À medida que o risco se torna um objetivo mais relevante no modelo, a diversidade das carteiras aumenta. No caso 3 do perfil arrojado, por exemplo, a carteira final conta com recursos alocados em 7 dos 10 fundos.

#### 5.4 RESULTADOS OBTIDOS PARA INVESTIDORES REAIS

Foi realizada uma análise a partir de 30 carteiras reais, escolhidas aleatoriamente dentro de um universo de mais de 500 investidores, contra 30 carteiras simuladas no SAD, resultantes da aplicação do modelo de seleção de portfólio abordado no trabalho tendo dados dos mesmos investidores como entrada. As informações acerca dos perfis de risco já existiam, restando, a fim de completar os dados de entrada do modelo, questionar os investidores acerca dos pesos de cada um dos 3 objetivos. Aos investidores que optaram por responder apenas com a ordem de preferência dos objetivos, o método para se obter os pesos foi o Ranking Order Centroid – ROC (Barron, 1992; de Almeida Filho *et al.*, 2018), cujo resultado dos pesos para 3 critérios ficou em 61% para o primeiro critério, 28% para o segundo e 11% para o terceiro.

### 5.4.1 Características dos Investidores Analisados

Os dados cadastrais dos investidores assim como as suas respectivas preferências quanto aos objetivos podem ser encontrados na Tabela 9. Na Tabela 10, pode ser observado como estão dispostos os investidores com relação ao número de filhos, estando os investidores com 1 ou 2 filhos empatados com a maior concentração (33,3% cada categoria), seguidos dos investidores com 0 ou 3 filhos (16,7% cada). A Tabela 11 trata de como os investidores pertencentes à amostra estão distribuídos por grau de escolaridade, sendo os investidores que possuem ensino superior representados em mais de 90% da amostra, seguidos por investidores com ensino médio e ensino fundamental em igual concentração (3,3% cada categoria). A Tabela 12 demonstra que 86,7% dos investidores analisados possuem casa própria, contra 13,3% que não possuem. A Tabela 13 apresenta a concentração dos investidores por perfil de risco. Pela Tabela 14, que agrega os investidores por faixa etária, pode se verificar, além das concentrações individuais por faixa de idade, que mais de 50% dos investidores analisados possuem mais de 50 anos. Na Tabela 15, pode ser vista a concentração por faixa de renda mensal dos investidores, sendo a faixa com maior concentração a de investidores com renda abaixo de R\$ 100.000,00 (46,7%), seguido pela faixa de R\$ 100.000,00 até R\$ 200.000,00 (23,3%), de R\$ 200.000,00 até R\$ 350.000,00 (20%) e, por fim, acima de R\$ 350.000,00 (10%). O último aspecto abordado na análise demográfica encontra-se na Tabela 16 – o número de imóveis pertencentes a cada investidor. 26,7% dos investidores possuem 2 imóveis, sendo a categoria de maior concentração – a amplitude das categorias foi de 0 a 8 imóveis, representados por 13,3% e 3,3% dos investidores, respectivamente.

Tabela 9 – Dados Cadastrais dos Investidores

#	Idade	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	Escolaridade	Casa Própria	Renda Mensal	PRP	Filhos	Imóveis
1	29	0.00	0.90	0.10	Superior	Sim	R\$ 30,000.00	4	1	2
2	33	0.10	0.70	0.20	Superior	Sim	R\$ 150,000.00	4	2	3
3	33	0.11	0.61	0.28	Superior	Não	R\$ 50,000.00	4	0	0
4	28	0.28	0.61	0.11	Superior	Não	R\$ 20,000.00	3	0	0
5	67	0.28	0.11	0.61	Superior	Sim	R\$ 200,000.00	2	3	6
6	57	0.00	1.00	0.00	Superior	Sim	R\$ 300,000.00	2	3	8
7	58	0.61	0.11	0.28	Superior	Sim	R\$ 200,000.00	3	2	4
8	29	0.00	0.80	0.20	Superior	Sim	R\$ 80,000.00	4	0	2
9	63	0.20	0.00	0.80	Superior	Sim	R\$ 70,000.00	1	3	1
10	56	0.50	0.20	0.30	Superior	Sim	R\$ 50,000.00	2	1	1
11	30	0.80	0.10	0.10	Superior	Sim	R\$ 150,000.00	2	1	2
12	33	0.80	0.10	0.10	Superior	Sim	R\$ 140,000.00	2	1	1
13	52	0.00	0.00	1.00	Fundamental	Sim	R\$ 300,000.00	2	2	5
14	50	0.40	0.00	0.60	Superior	Sim	R\$ 70,000.00	2	2	2
15	57	0.61	0.11	0.28	Superior	Sim	R\$ 100,000.00	3	1	3
16	51	0.00	0.00	1.00	Superior	Sim	R\$ 100,000.00	2	2	2
17	37	0.61	0.11	0.28	Superior	Sim	R\$ 80,000.00	2	1	4
18	53	0.40	0.30	0.30	Superior	Sim	R\$ 200,000.00	3	2	4
19	48	0.50	0.00	0.50	Superior	Sim	R\$ 30,000.00	3	2	1
20	61	0.28	0.61	0.11	Superior	Não	R\$ 500,000.00	3	3	0
21	60	0.20	0.50	0.30	Superior	Sim	R\$ 400,000.00	3	3	6
22	45	0.00	0.00	1.00	Superior	Sim	R\$ 600,000.00	3	2	3
23	64	0.80	0.10	0.10	Superior	Sim	R\$ 50,000.00	1	2	2
24	40	0.70	0.20	0.10	Superior	Sim	R\$ 250,000.00	1	0	3
25	66	0.50	0.20	0.30	Superior	Sim	R\$ 100,000.00	2	2	3
26	63	0.00	0.90	0.10	Superior	Sim	R\$ 150,000.00	4	1	4
27	64	0.70	0.00	0.30	Médio	Sim	R\$ 70,000.00	1	1	2
28	46	0.00	0.00	1.00	Superior	Não	R\$ 40,000.00	1	1	0
29	69	0.30	0.40	0.30	Superior	Sim	R\$ 60,000.00	2	0	2
30	48	0.20	0.70	0.10	Superior	Sim	R\$ 50,000.00	2	1	1

*Tabela 10 – Número de Filhos*

Número de Filhos	Investidores (%)
0	16.7%
1	33.3%
2	33.3%
3	16.7%

*Tabela 11 – Grau de Escolaridade*

Escolaridade	Investidores (%)
Ensino Superior	93.3%
Ensino Médio	3.3%
Ensino Fundamental	3.3%

*Tabela 12 – Casa Própria*

Casa Própria	Investidores (%)
Sim	86.7%
Não	13.3%

*Tabela 13 – Perfil de Risco*

Perfil de Risco	Investidores (%)
Conservador	16.7%
Moderado	40.0%
Arrojado	26.7%
Agressivo	16.7%

*Tabela 14 – Faixa Etária*

Faixa Etária	Investidores (%)
Menor que 18 anos	0.0%
De 18 até 30 anos	13.3%
De 31 até 40 anos	16.7%
De 41 até 50 anos	16.7%
De 51 até 60 anos	26.7%
Acima de 60 anos	26.7%

*Tabela 15 – Renda Mensal*

Número de Imóveis	Investidores (%)
0	13.3%
1	16.7%
2	26.7%
3	16.7%
4	13.3%
5	3.3%
6	6.7%
7	0.0%
8	3.3%

*Tabela 16 – Número de Imóveis*

Número de Imóveis	Investidores (%)
0	13.3%
1	16.7%
2	26.7%
3	16.7%
4	13.3%

5	3.3%
6	6.7%
7	0.0%
8	3.3%

---

#### 5.4.2 Análise Estatística

Na Tabela 17, encontram-se os valores das correlações do Perfil de Risco do Portfólio (PRP) com cada uma das variáveis apresentadas anteriormente e os resultados dos testes de hipóteses com nível de significância  $\alpha$  de 5%. Os resultados da tabela estão ordenados pelo valor absoluto da correlação  $\rho$ , os valores das correlações estatisticamente significantes estão em negrito e os das correlações estatisticamente significantes negativas em vermelho. As correlações positivas são aquelas em que o valor da variável é diretamente proporcional ao valor do PRP. As correlações negativas são aquelas em que o valor da variável é inversamente proporcional ao do PRP – isto é, à medida que o investidor se torna mais propenso ao risco, menor será o valor da variável que apresente correlação negativa. O modelo de regressão simples utilizado no trabalho pode ser encontrado em mais detalhes em Doane e Seward (2011). A hipótese nula,  $H_0$ , considera que não há correlação entre as variáveis – isto é, que  $\rho(x, y) = 0$  – e que, estatisticamente, não é possível afirmar que haja correlação entre as variáveis. Para cada uma das variáveis foi realizado um teste de correlação com o PRP a fim de se verificar em que casos  $H_0$  seria descartada, favorecendo a hipótese alternativa,  $H_1$ , de que haveria correlação significativa entre a variável e o PRP – isto é, que  $\rho(x, y) \neq 0$ .

Tabela 17 – Testes de Hipóteses

Variáveis	$H_0$	$\rho(x, y)$	Resultado
Peso do Retorno	$\rho(x, y) = 0$	<b>0.616021</b>	$H_0$ é rejeitada
Peso da Aderência	$\rho(x, y) = 0$	<b>-0.426219</b>	$H_0$ é rejeitada
Idade	$\rho(x, y) = 0$	<b>-0.374243</b>	$H_0$ é rejeitada
Peso do Risco	$\rho(x, y) = 0$	-0.264945	Não rejeita $H_0$
Filhos	$\rho(x, y) = 0$	-0.127582	Não rejeita $H_0$
Renda Mensal	$\rho(x, y) = 0$	0.124446	Não rejeita $H_0$
Imóveis	$\rho(x, y) = 0$	0.029855	Não rejeita $H_0$

#### 5.4.2.1 Correlação do PRP com o Peso do Retorno

O peso do objetivo “Retorno” tem uma forte correlação positiva com o PRP – o que significa que quanto mais importante o retorno da carteira for para a escolha do portfólio de investimentos do cliente, maior será a proporção de ativos de risco que ele estará disposto a considerar na alocação. Portanto, para o peso do objetivo “Retorno”, a hipótese alternativa  $H_1$  é considerada, ou seja, existe uma correlação estatisticamente significativa.

#### 5.4.2.2 Correlação do PRP com o Peso da Aderência

O peso do objetivo “Aderência” tem uma forte correlação negativa com o PRP – a conclusão que se pode chegar é que, quanto mais importante a aderência ao perfil de risco é para o cliente, menor o risco que ele está disposto a tomar. Em outras palavras, quanto mais averso ao risco é o cliente, maior a sua preocupação com o cumprimento do que foi definido no Questionário de Perfil de Risco de Portfólio. Portanto, para o peso do objetivo “Aderência”, logo a hipótese nula  $H_0$  foi rejeitada.

#### 5.4.2.3 Correlação do PRP com a Idade

A variável “Idade” tem uma forte correlação negativa com o PRP – em linha com o senso comum de que, quanto mais jovem for o cliente, mais risco ele estará propenso a tomar. Em

contrapartida, à medida que os clientes envelhecem ou estão em estágios mais maduros de suas vidas, maior será a busca por carteiras de investimentos com perfis conservador e moderado. Portanto, para a variável “Idade”, a hipótese nula  $H_0$  também foi rejeitada.

#### *5.4.2.4 Correlação do PRP com o Peso do Risco*

O peso do objetivo “Risco” tem uma correlação negativa com o PRP que não chega a ser estatisticamente significativa – isto é, há indícios de que quanto maior for a propensão ao risco do investidor, menor será a sua intenção em minimizar o risco, mas a correlação encontrada através desta amostra não é forte o suficiente para que se rejeite a hipótese de que  $\rho(x, y) = 0$ . Portanto, para o peso do objetivo “Risco”,  $H_1$  não pode ser confirmada.

#### *5.4.2.5 Correlação do PRP com o Número de Filhos*

A variável “Número de Filhos” tem uma correlação negativa com o PRP que não chega a ser estatisticamente significativa – isto é, há indícios de que quanto maior for a propensão ao risco do investidor, menor será a sua quantidade de filhos – em linha com o senso comum de que as pessoas com mais filhos (ou dependentes) estão menos propensas a tomar riscos. No entanto, dado que a correlação não é estatisticamente significativa, a hipótese nula  $H_0$  não pode ser rejeitada para a variável “Número de Filhos”.

#### *5.4.2.6 Correlação do PRP com a Renda Mensal*

A variável “Renda Mensal” tem uma correlação positiva com o PRP que não chega a ser estatisticamente significativa – isto é, há indícios de que quanto maior for a renda do investidor, maior o risco que ele estará disposto a tomar. No entanto, dado que a correlação não é estatisticamente significativa, a hipótese nula  $H_0$  não pode ser rejeitada para a variável “Renda Mensal”.

#### 5.4.2.7 *Correlação do PRP com o Número de Imóveis*

A variável “Número de Imóveis” tem uma correlação positiva com o PRP que não chega a ser estatisticamente significativa – isto é, há indícios de que quanto maior o número de imóveis que o investidor possui, maior o risco que ele estará disposto a tomar. No entanto, dado que a correlação não é estatisticamente significativa, a hipótese nula  $H_0$  não pode ser rejeitada para a variável “Número de Imóveis”.

#### 5.4.3 **Carteiras Reais**

As carteiras reais, como é prática comum nas instituições financeiras brasileiras, foram elaboradas em comum acordo entre os clientes e os seus respectivos gerentes de relacionamento, sem levar em conta grandes questões teóricas – apenas a diretriz de que risco geral da carteira deveria ser compatível com o perfil de risco obtido e o conhecimento do gerente de relacionamento acerca dos fundos e do cenário macroeconômico no momento da alocação. A Tabela 18 apresenta as alocações por fundo e rentabilidade nos últimos 12 meses (última coluna) de 30 carteiras de investidores reais.

Em termos de rentabilidade, todas as carteiras obtiveram um retorno acima de 10,91% (o que equivale à, aproximadamente, 103% da Taxa DI Cetip – que, no período de dezembro de 2016 até novembro de 2017, foi de 10,59%). A carteira com maior retorno apresentou uma rentabilidade de 19,39% no período em questão. Os percentuais alocados para cada uma das 10 alternativas de investimento estão a partir da segunda coluna até a décima primeira, em ordem crescente de classificação de risco. As características de cada fundo podem ser consultadas, quando se fizer necessário, na Tabela 4. Pode se observar que há, na amostra, casos de investidores que aplicam em fundos mais arriscados que os recomendados para os seus perfis de risco – por exemplo, o Investidor #9, classificado como conservador, aplica em fundos

multimercados (Explorer e Discovery) e em um fundo de renda variável (Absoluto). A não ser que o cliente tenha assinado um termo de assunção de risco para os fundos que fogem ao seu perfil, há um caso de desenquadramento que pode implicar em sanções por parte de órgãos reguladores.

*Tabela 18 – Carteiras Reais*

#	Selic	Yield	High Yield	Créd. Corp. I	Explorer	Discovery	Mult. Macro	Absoluto	Alpha	Cambial	Retorno
1	0.00%	30.80%	0.00%	0.00%	32.00%	14.00%	0.00%	23.20%	0.00%	0.00%	14.91%
2	0.00%	30.00%	0.00%	0.00%	7.00%	0.00%	0.00%	57.50%	0.00%	5.50%	15.83%
3	0.00%	13.00%	0.00%	0.00%	0.00%	38.00%	0.00%	29.00%	20.00%	0.00%	17.90%
4	0.00%	25.00%	0.00%	0.00%	25.00%	30.00%	0.00%	20.00%	0.00%	0.00%	15.91%
5	32.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	68.00%	0.00%	13.59%
6	0.00%	49.00%	0.00%	9.00%	20.00%	5.00%	12.00%	5.00%	0.00%	0.00%	12.44%
7	0.00%	43.20%	21.30%	11.00%	13.50%	0.00%	0.00%	11.00%	0.00%	0.00%	12.48%
8	10.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	70.00%	14.60%	5.40%	17.50%
9	0.00%	0.00%	0.00%	15.00%	17.00%	21.00%	0.00%	47.00%	0.00%	0.00%	17.79%
10	0.00%	0.00%	0.00%	39.10%	17.00%	26.70%	0.00%	17.20%	0.00%	0.00%	15.76%
11	0.00%	0.00%	0.00%	18.80%	11.40%	32.60%	24.00%	9.80%	0.00%	3.40%	15.06%
12	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	29.30%	49.70%	21.00%	0.00%	0.00%	0.00%	16.08%
13	0.00%	64.90%	19.70%	0.00%	15.40%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	11.29%
14	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	10.91%
15	4.00%	0.00%	0.00%	0.00%	24.00%	13.00%	0.00%	47.00%	12.00%	0.00%	17.46%
16	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	30.80%	69.20%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	17.56%
17	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	10.56%
18	0.00%	9.20%	7.40%	15.10%	23.30%	9.40%	19.90%	15.70%	0.00%	0.00%	14.15%
19	0.00%	0.00%	0.00%	32.35%	0.00%	0.00%	0.00%	67.65%	0.00%	0.00%	17.88%
20	19.10%	0.00%	0.00%	0.00%	17.70%	39.90%	0.30%	23.00%	0.00%	0.00%	16.90%
21	0.00%	13.00%	0.00%	0.00%	0.00%	48.60%	68.40%	0.00%	0.00%	0.00%	19.39%
22	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	10.91%
23	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	10.91%
24	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	10.56%
25	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	49.61%	39.83%	0.00%	10.56%	0.00%	0.00%	16.27%
26	7.60%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	30.00%	34.30%	28.10%	0.00%	0.00%	16.70%

27	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	10.56%
28	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	10.91%
29	0.00%	22.50%	0.00%	0.00%	8.40%	33.00%	17.40%	0.00%	18.70%	0.00%	14.97%
30	0.00%	0.00%	23.40%	0.00%	0.00%	43.10%	11.10%	6.30%	16.10%	0.00%	16.31%

#### 5.4.4 Carteiras Calculadas pelo SAD

A partir do SAD, foram calculadas 30 carteiras a partir das entradas na Tabela 9 – anteriormente, apresentadas como os dados cadastrais dos investidores retirados de uma base real. Para uma análise mais aprofundada, os percentuais de alocação nos fundos para cada uma das 30 carteiras podem ser encontrados na Tabela 19. É sempre bom frisar que rentabilidade passada, que serviu como critério de rentabilidade no modelo, não é garantia de rentabilidade futura.

As únicas variáveis no modelo modificadas a cada carteira foram os pesos dos 3 objetivos (“Aderência”, “Retorno” e “Risco”) e o Perfil de Risco de Portfólio de cada cliente (“Conservador”, “Moderado”, “Arrojado” e “Agressivo” – representados, numericamente, por: 1, 2, 3, 4) – ambas facilmente modificáveis através da interface (diálogo) do SAD. As demais variáveis como as informações dos fundos ou a tabela de variáveis linguísticas se mantiveram constantes para todos os 30 casos abordados.

*Tabela 19 – Carteiras Simuladas pelo SAD para Investidores Reais*

#	Selic	Yield	High Yield	Créd. Corp. I	Explorer	Discovery	Mult. Macro	Absoluto	Alpha	Cambial	Retorno
1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	20.54%
2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	20.54%
3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	15.01%
4	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	20.54%
5	16.38%	16.37%	0.00%	29.47%	0.00%	0.21%	18.33%	0.00%	19.23%	0.00%	12.31%
6	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	20.54%
7	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	15.01%
8	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	20.54%

9	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	30.88%	24.64%	26.03%	18.45%	12.31%
10	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	12.53%
11	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	12.53%
12	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	12.53%
13	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	84.42%	15.58%	12.31%
14	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	12.53%
15	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	15.01%
16	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	84.42%	15.58%	12.31%
17	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	12.53%
18	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	69.20%	30.80%	0.00%	18.84%
19	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	15.01%
20	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	20.54%
21	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	15.01%
22	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	84.42%	15.58%	12.31%
23	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	11.57%
24	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	11.57%
25	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	12.53%
26	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	20.54%
27	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	11.57%
28	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	84.42%	15.58%	12.31%
29	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	2.46%	95.60%	0.00%	0.00%	0.00%	1.94%	19.19%
30	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	20.54%

### 5.4.5 Comparativo

A Tabela 20 apresenta o comparativo entre as carteiras obtidas através da metodologia tradicional de alocação de portfólio (Tabela 18) e as carteiras calculadas pelo SAD (Tabela 19). As colunas da seção “Metodologia Tradicional” apresentam os resultados de cada um dos objetivos para as carteiras alocadas antes do desenvolvimento do SAD – ou seja, diretamente pelo racional do gerente de investimentos. As colunas da seção “SAD” apresentam os resultados dos objetivos para as carteiras calculadas pelo SAD. As colunas da seção “Comparativo” são o resultado da subtração das colunas da segunda seção menos as colunas da primeira – no caso

do objetivo “Risco”, como o objetivo é a minimização (e, portanto, quanto menor, melhor), os fatores da subtração foram invertidos).

Tabela 20 – Comparativo entre carteiras

#	PRP	Metodologia Tradicional			SAD			Comparativo			$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_2$
		Aderência	Retorno	Risco	Aderência	Retorno	Risco	Aderência	Retorno	Risco			
1	4	0.3733	0.7536	0.0656	0.6365	1.0000	0.1300	0.2632	0.2464	-0.0644	0.00	0.90	0.10
2	4	0.4880	0.7941	0.0753	0.6365	1.0000	0.1300	0.1485	0.2059	-0.0547	0.10	0.70	0.20
3	4	0.5071	0.8846	0.0979	0.5943	0.7581	0.0663	0.0872	-0.1265	0.0316	0.11	0.61	0.28
4	3	0.4786	0.7974	0.0761	0.7366	1.0000	0.1300	0.2580	0.2026	-0.0539	0.28	0.61	0.11
5	2	0.5512	0.6958	0.0569	0.6391	0.6400	0.0495	0.0878	-0.0558	0.0074	0.28	0.11	0.61
6	2	0.6870	0.6457	0.0498	0.4376	1.0000	0.1300	-0.2493	0.3543	-0.0802	0.00	1.00	0.00
7	3	0.3541	0.6475	0.0499	0.7320	0.7581	0.0663	0.3779	0.1106	-0.0164	0.61	0.11	0.28
8	4	0.5903	0.8670	0.0935	0.6365	1.0000	0.1300	0.0463	0.1330	-0.0365	0.00	0.80	0.20
9	1	0.5000	0.8796	0.0966	0.4089	0.6400	0.0495	-0.0911	-0.2397	0.0471	0.20	0.00	0.80
10	2	0.6555	0.7910	0.0745	0.7976	0.6496	0.0500	0.1421	-0.1414	0.0245	0.50	0.20	0.30
11	2	0.6114	0.7603	0.0668	0.7976	0.6496	0.0500	0.1862	-0.1107	0.0168	0.80	0.10	0.10
12	2	0.6497	0.8047	0.0779	0.7976	0.6496	0.0500	0.1479	-0.1551	0.0279	0.80	0.10	0.10
13	2	0.7231	0.5953	0.0570	0.4582	0.6400	0.0495	-0.2648	0.0446	0.0075	0.00	0.00	1.00
14	2	<b>0.7009</b>	<b>0.5787</b>	<b>0.0611</b>	<b>0.7976</b>	<b>0.6496</b>	<b>0.0500</b>	<b>0.0967</b>	<b>0.0709</b>	<b>0.0111</b>	<b>0.40</b>	<b>0.00</b>	<b>0.60</b>
15	3	0.6100	0.8652	0.0930	0.7320	0.7581	0.0663	0.1220	-0.1071	0.0268	0.61	0.11	0.28
16	2	0.6625	0.8697	0.0942	0.4582	0.6400	0.0495	-0.2043	-0.2297	0.0447	0.00	0.00	1.00
17	2	<b>0.7009</b>	<b>0.5634</b>	<b>0.0665</b>	<b>0.7976</b>	<b>0.6496</b>	<b>0.0500</b>	<b>0.0967</b>	<b>0.0862</b>	<b>0.0165</b>	<b>0.61</b>	<b>0.11</b>	<b>0.28</b>
18	3	0.4935	0.7206	0.0606	0.7352	0.9255	0.1081	0.2417	0.2049	-0.0475	0.40	0.30	0.30
19	3	0.6445	0.8835	0.0976	0.7320	0.7581	0.0663	0.0875	-0.1254	0.0314	0.50	0.00	0.50
20	3	0.5109	0.8406	0.0869	0.7366	1.0000	0.1300	0.2257	0.1594	-0.0431	0.28	0.61	0.11
21	3	0.7278	0.9802	0.1230	0.7320	0.7581	0.0663	0.0042	-0.2221	0.0568	0.20	0.50	0.30
22	3	<b>0.2821</b>	<b>0.5787</b>	<b>0.0611</b>	<b>0.7150</b>	<b>0.6400</b>	<b>0.0495</b>	<b>0.4329</b>	<b>0.0612</b>	<b>0.0116</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>1.00</b>
23	1	<b>0.7872</b>	<b>0.5787</b>	<b>0.0611</b>	<b>0.8284</b>	<b>0.6076</b>	<b>0.0539</b>	<b>0.0412</b>	<b>0.0289</b>	<b>0.0072</b>	<b>0.80</b>	<b>0.10</b>	<b>0.10</b>
24	1	<b>0.7872</b>	<b>0.5634</b>	<b>0.0665</b>	<b>0.8284</b>	<b>0.6076</b>	<b>0.0539</b>	<b>0.0412</b>	<b>0.0442</b>	<b>0.0126</b>	<b>0.70</b>	<b>0.20</b>	<b>0.10</b>
25	2	0.6818	0.8133	0.0801	0.7976	0.6496	0.0500	0.1158	-0.1637	0.0301	0.50	0.20	0.30
26	4	0.5054	0.8321	0.0848	0.6365	1.0000	0.1300	0.1312	0.1679	-0.0452	0.00	0.90	0.10
27	1	<b>0.7872</b>	<b>0.5634</b>	<b>0.0665</b>	<b>0.8284</b>	<b>0.6076</b>	<b>0.0539</b>	<b>0.0412</b>	<b>0.0442</b>	<b>0.0126</b>	<b>0.70</b>	<b>0.00</b>	<b>0.30</b>

28	1	0.7872	0.5787	0.0611	0.3926	0.6400	0.0495	-0.3947	0.0612	0.0116	0.00	0.00	1.00
29	2	0.6100	0.7564	0.0660	0.6020	0.9410	0.1120	-0.0081	0.1846	-0.0460	0.30	0.40	0.30
30	2	0.5988	0.8148	0.0804	0.4376	1.0000	0.1300	-0.1612	0.1852	-0.0495	0.20	0.70	0.10

---

Portanto, cada valor positivo, na seção “Comparativa”, significa uma dominância da carteira calculada pelo SAD contra a carteira calculada pela metodologia tradicional. Os valores negativos (destacados de vermelho) na seção “Comparativo”, significam dominância das carteiras calculadas pela metodologia tradicional. Pode-se chegar a algumas conclusões:

- Em nenhum dos casos, a carteira obtida pela metodologia tradicional dominou a carteira calculadas nos 3 objetivos;
- Em 6 casos (ou 20% da amostra), a carteira calculada pelo SAD dominou a carteira obtida pela metodologia tradicional em todos os objetivos;
- Em 19 casos (63,3%), a rentabilidade da carteira calculada pelo SAD bateu a rentabilidade da carteira obtida pela metodologia anterior. No entanto, em apenas 2 dos 11 casos remanescentes, o retorno era o objetivo de maior peso e em nenhum dos casos com mais de 61% de peso – comprovando a efetividade do modelo em seguir os pesos definidos pelo investidor.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

É de interesse das instituições financeiras brasileiras sistematizar o processo de seleção de portfólios em seus setores de Private Banking. Além de agilizar o processo de alocação de recursos ao automatizá-lo, com a economia de tempo proveniente da automatização, os profissionais (gerentes de relacionamento ou analistas de investimento) antes designados para tais funções, ganham mais tempo para execução de tarefas estratégicas ou que não poderiam ser automatizadas – como, por exemplo, a prospecção de clientes ou o fomento da carteira já existente. Mais transparência resulta em mais clientes satisfeitos com a metodologia e, por conseguinte, aumento da carteira administrada por ditas instituições. Mais tempo disponível resulta em mais tempo de qualidade (característica fundamental ao atendimento no setor de Private) que os profissionais poderão dedicar aos seus clientes.

A consequência principal, contudo, do processo de automatização das carteiras é prover ao cliente final carteiras mais aderentes aos seus respectivos perfis, melhor retorno e menos riscos. A proposição de um modelo matemático já testado e validado no sistema financeiro brasileiro e a sua posterior automatização (decorrente do trabalho) transforma uma atividade antes subjetiva em uma ciência matemática. Os investidores terão melhor discernimento de como foram montadas as suas carteiras e quais objetivos terão mais peso em detrimento de outros no processo de seleção dos ativos.

Como contribuição do trabalho, pode-se destacar a análise estatística das características socioeconômicas de uma base de 30 investidores reais, que foi capaz de comprovar o impacto (diretamente ou inversamente proporcional) de algumas variáveis no perfil de risco de um investidor e provar, também, ao contrário do senso comum, que algumas características não são tão impactantes quanto se acredita: por exemplo, o número de filhos de um investidor não demonstrou ter nenhum tipo de correlação para com o seu perfil de risco.

O comparativo entre as carteiras calculadas sem o SAD e as carteiras calculadas por intermédio do SAD mostrou que, das 30 carteiras comparadas, o SAD não sugeriu nenhuma carteira que fosse pior em todos os objetivos – seguindo essa linha de raciocínio, pode-se chegar à conclusão de que, ao usar o SAD, o investidor só perderia em um objetivo específico caso ele optasse por atribuir um baixo peso a ele.

## 6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A expansão dos testes para demais instrumentos financeiros – além dos fundos de investimento – seria a principal sugestão para trabalhos futuros. Apesar do modelo, a princípio, comportar tal modificação, os devidos testes não foram efetuados, não sendo, assim, possível confirmar a usabilidade. Ampliando o modelo para outros produtos – como títulos de renda fixa, ações e derivativos –, o sistema teria mais robustez e seria de maior utilidade para o problema de seleção de portfólios na vida real.

O aumento do número de objetivos ou do número de critérios para classificação das alternativas, talvez, exijam ferramentas computacionais mais robustas para resolução do problema – testes adicionais precisam ser efetuados para comprovar a afirmação. Novas restrições, também, poderiam ser inseridas em trabalhos futuros, como, por exemplo estipular um valor máximo em dias para o prazo médio da carteira, medida obtida a partir da ponderação do peso das alternativas na carteira e os seus respectivos tempos de resgate.

O teste com diferentes métricas de risco é, também, um possível cenário a se abordar em trabalhos futuros. Para o trabalho em questão, foi utilizado o desvio médio absoluto (MAD), mas, como métricas a testar, poderão ser usadas, por exemplo, o próprio desvio-padrão ou a variância da carteira, o value-at-risk (VaR), o VaR Condicional, dentre várias outras opções que se enquadrariam na resolução do problema.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA-DIAS, J., FIGUEIRA, J. R., & ROY, B. (2010). Electre Tri-C: A multiple criteria sorting method based on characteristic reference actions. *European Journal of Operational Research*, 204(3), 565–580. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/J.EJOR.2009.10.018>>. Acesso em: 15 mai. 2018.

ALMEIDA FILHO, A. T., CLEMENTE, T. R. N., MORAIS, D. C., & ALMEIDA, A. T. (2018). Preference modeling experiments with surrogate weighting procedures for the PROMETHEE method. *European Journal of Operational Research*, 264(2), 453–461. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.08.006>>. Acesso em: 15 mai. 2018.

ANAGNOSTOPOULOS, K. P., & MAMANIS, G. (2010). A portfolio optimization model with three objectives and discrete variables. *Computers and Operations Research*, 37(7), 1285–1297. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.09.009>>. Acesso em 20 abr. 2018.

Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (2016). Código ANBIMA de Regulação e Melhores Práticas de Fundos de Investimentos.

BERMÚDEZ, J. D., SEGURA, J. V., & VERCHER, E. (2012). A multi-objective genetic algorithm for cardinality constrained fuzzy portfolio selection. *Fuzzy Sets and Systems*, 188(1), 16–26. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.fss.2011.05.013>>. Acesso em 20 fev. 2018.

BIGDOLI, H. (1989). *Decision Support Systems – Principle and Practice*. West Publishing Company.

BRANS, J. P., VINCKE, P., & MARESCHAL, B. (1986). How to select and how to rank projects: The Promethee method. *European Journal of Operational Research*, 24(2), 228–238. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0377-2217\(86\)90044-5](https://doi.org/10.1016/0377-2217(86)90044-5)>. Acesso em 20 fev. 2018.

CAETANI, A. P., FERREIRA, L., & BORENSTEIN, D. (2016). Development of an integrated decision-making method for an oil refinery restructuring in Brazil. *Energy*, 111, 197–210. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.05.084>>. Acesso em 20 fev. 2018.

CALVO, C., IVORRA, C., & LIERN, V. (2016). Fuzzy portfolio selection with non-financial goals: exploring the efficient frontier. *Annals of Operations Research*, 245(1–2), 31–46. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10479-014-1561-2>>. Acesso em 20 fev. 2018.

CHANG, T. J., MEADE, N., BEASLEY, J. E., & SHARAIHA, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers and Operations Research*, 27(13), 1271–1302. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(99\)00074-X](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00074-X)>. Acesso em 20 apr. 2018.

CHANG, T.-J., YANG, S.-C., & CHANG, K.-J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10529–10537. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2009.02.062>>. Acesso em 20 fev. 2018.

CHEN, C. T., LIN, C. T., & HUANG, S. F. (2006). A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management. *International Journal of Production Economics*, 102(2), 289–301. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2005.03.009>>. Acesso em 20 fev. 2018.

CHOURMOUZIADIS, K., & CHATZOGLOU, P. D. (2016). An intelligent short term stock trading fuzzy system for assisting investors in portfolio management. *Expert Systems with Applications*, 43, 298–311. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2015.07.063>>. Acesso em 20 fev. 2018.

CLERICUZI, A. Z., ALMEIDA, A. T. De, & Costa, A. P. C. S. (2006). Aspectos relevantes dos SAD nas organizações : um estudo exploratório. *Produção*, 16(1), 8–23.

COSTA, A. P. C. S; MIRANDA, C. M. G; ALMEIDA, A. T. Sistemas de Apoio a decisão – conceitos. In: ALMEIDA, Adiel Teixeira de; RAMOS, Francisco de Souza (Org.). *Gestão da Informação na competitividade das organizações*. Recife: Editora Universitária da UFPE, 2002. p. 135-153.

DAVIS, C.B.; OLSON M.H. (1985). *Management Information Systems: Conceptual Foundations, Structure and Development*. McGraw-Hill.

Devi, K., & Yadav, S. P. (2013). A multicriteria intuitionistic fuzzy group decision making for plant location selection with ELECTRE method. *International Journal of Advanced*

*Manufacturing Technology*, 66(9–12), 1219–1229. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00170-012-4400-0>>. Acesso em 10 abr. 2018.

DOANE, D. P., SEWARD L. (2011). Applied statistics in business and economics. 3rd ed. – The McGraw-Hill/Irwin series, operations and decision sciences).

FERREIRA, L., BORENSTEIN, D., RIGHI, M. B., & ALMEIDA FILHO, A. T. (2018). A fuzzy hybrid integrated framework for portfolio optimization in private banking. *Expert Systems with Applications*, 92, 350–362. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.09.055>>. Acesso em 20 fev. 2018.

FERREIRA, L., BORENSTEIN, D., & SANTI, E. (2016). Hybrid fuzzy MADM ranking procedure for better alternative discrimination. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 50, 71–82. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engappai.2015.12.012>>. Acesso em 20 fev. 2018.

Fundos BTG Pactual (BTG Pactual). Disponível em: <<https://www.btgpactual.com/asset-management/fundos-btg-pactual>>. Acesso em: 10 dez. 2017.

GONZALEZ-CARRASCO, I., COLOMO-PALACIOS, R., LOPEZ-CUADRADO, J. L., GARCÍA-CRESPO, Á., & RUIZ-MEZCUA, B. (2012). PB-ADVISOR: A private banking multi-investment portfolio advisor. *Information Sciences*, 206, 63–82. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ins.2012.04.008>>. Acesso em 20 fev. 2018.

GOTTSCHLICH, J., & HINZ, O. (2014). A decision support system for stock investment recommendations using collective wisdom. *Decision Support Systems*, 59(1), 52–62. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.dss.2013.10.005>>. Acesso em 20 fev. 2018.

GRAY, P. (1994). *Decision Support and Executive Information Systems*. Prentice Hall, Englewood Cliffs.

HWANG, C.-L., LAI, Y.-J., & LIU, T.-Y. (1993). A new approach for multiple objective decision making. *Computers & Operations Research*, 20(8), 889–899. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0305-0548\(93\)90109-V](https://doi.org/10.1016/0305-0548(93)90109-V)>. Acesso em 20 fev. 2018.

HWANG, C. L., & YOON, K. P. (1981). *Multiple attribute decision making – Methods and application. A state of the art survey*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Ver-lag.

INSTRUÇÃO CVM Nº 539, DE 13 DE NOVEMBRO DE 2013. Disponível em: <<http://www.cvm.gov.br/legislacao/instrucoes/anexos/500/inst539consolid.doc>>. Acesso em: 10 nov. 2017.

LE TÉNO, J. F., & MARESCHAL, B. (1998). An interval version of PROMETHEE for the comparison of building products' design with ill-defined data on environmental quality. *European Journal of Operational Research*, 109(2), 522–529. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00074-5](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00074-5)>. Acesso em 20 fev. 2018.

LEUNG, A. H. Y. (2009) Portfolio Selection and Risk Management: An Introduction, Empirical Demonstration and R-application for Stock Portfolios.

LIN, C., & HSIEH, P.-J. (2004). A fuzzy decision support system for strategic portfolio management. *Decision Support Systems*, 38(3), 383–398. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0167-9236\(03\)00118-0](https://doi.org/10.1016/S0167-9236(03)00118-0)>. Acesso em 20 fev. 2018.

LIN, R. H. (2012). An integrated model for supplier selection under a fuzzy situation. *International Journal of Production Economics*, 138(1), 55–61. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.02.024>>. Acesso em 20 fev. 2018.

LIU, Y. J., & ZHANG, W. G. (2015). A multi-period fuzzy portfolio optimization model with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, 242(3), 933–941. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.061>>. Acesso 10 fev. 2018.

MARKOWITZ, H. (1952), “Portfolio selection”, *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.

METAXIOTIS, K., & LIAGKOURAS, K. (2012). Multiobjective Evolutionary Algorithms for Portfolio Management: A comprehensive literature review. *Expert Systems with Applications*, 39(14), 11685–11698. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.04.053>>. Acesso em 20 fev. 2018.

MEDEIROS, M., & FERREIRA, L. (2017). Uma aplicação do FTOPSIS-Sort para classificação de um portfólio de compras hospitalares.

ONG, C.-S., JIH-JENG HUANG, & TZENG, G.-H. (2005). A novel hybrid model for portfolio selection. *Applied Mathematics and Computation*, 169(2), 1195–1210. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.amc.2004.10.080>>. Acesso em 20 fev. 2018.

PRIGENT, J.-L. (2007). *Portfolio optimization and performance analysis*. Boca Rato, US: CRC Press.

SILVA, D. (2018). Estado da arte em modelagem financeira com múltiplos critérios através de uma revisão sistemática e um novo método pdtopsis-sort aplicado na avaliação de debêntures. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2018.

SPRAGUE, R.H. JR.; Watson, H.J. *Sistema de apoio à decisão: Colocando a teoria em prática*. Rio de Janeiro. Editora Campus, 1991.

STEUER, R. E., Qi, Y., & HIRSCHBERGER, M. (2005). Multiple Objectives in Portfolio Selection. *Journal of Financial Decision Making*, 1(1), 11–26.

STEUER, R. E., Qi, Y., & HIRSCHBERGER, M. (2007). Suitable-portfolio investors, nondominated frontier sensitivity, and the effect of multiple objectives on standard portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 152(1), 297–317. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10479-006-0137-1>>. Acesso em 20 fev. 2018.

XU, Z., & ZHANG, X. (2013). Hesitant fuzzy multi-attribute decision making based on TOPSIS with incomplete weight information. *Knowledge-Based Systems*, 52, 53–64. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.knosys.2013.05.011>>. Acesso em 20 fev. 2018.

YUE, Z. (2011). An extended TOPSIS for determining weights of decision makers with interval numbers. *Knowledge-Based Systems*, 24(1), 146–153. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.knosys.2010.07.014>>. Acesso em 20 fev. 2018.

ZIMMERMANN, H. J. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), 45–55. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0165-0114\(78\)90031-3](https://doi.org/10.1016/0165-0114(78)90031-3)>. Acesso em 20 fev. 2018.

ZOPOUDINIS, C., & DOUMPOS, M. (2013). Multicriteria decision systems for financial problems. *Top*, 21(2), 241–261. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11750-013-0279-7>>. Acesso em 20 fev. 2018.

ZOPOUDINIS, C., GALARIOTIS, E., DOUMPOS, M., SARRI, S., & ANDRIOSOPOULOS, K. (2015). Multiple criteria decision aiding for finance: An updated bibliographic survey. *European Journal of Operational Research*, 247(2), 339–348. <<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.05.032>>. Acesso em 20 fev. 2018.