



PRÊMIO
CFA Society Brazil
DE INOVAÇÃO FINANCEIRA

Concurso de Monografias em Finanças • Edição 2018

3º colocado:

**Rebalanceamento de Carteiras
de Investimento**

Rafael Pereira Gonçalves

**CFA Society
Brazil**

CFA SOCIETY BRAZIL

PRÊMIO CFA SOCIETY BRAZIL DE INOVAÇÃO FINANCEIRA – EDIÇÃO 2018

REBALANCEAMENTO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO

São Paulo, 2018

Resumo

Com a recente e notável elevação do interesse do brasileiro pela área de investimentos, bem como da sua procura por produtos financeiros com maior rentabilidade e menores níveis de risco, faz-se necessária a busca por novas técnicas de investimento e gestão de recursos as quais satisfaçam os novos hábitos destes investidores. Neste contexto, o presente estudo propõe-se a analisar os efeitos de diferentes técnicas de rebalanceamento de carteiras de investimento sobre variados portfólios teóricos através de uma minuciosa revisão bibliográfica e construção de um modelo financeiro capaz de reproduzir tais técnicas de maneira com a qual sejam evitados os efeitos de erros de modelagem tais como o chamado overfitting. Utilizando-se do modelo financeiro construído, foram, então, conduzidos testes em portfólios com diferentes composições de fundos de investimento de menor e maior risco, comprovando, assim, a superioridade das técnicas de rebalanceamento de carteiras em diversos aspectos em relação ao chamado buy and hold em dois dos três portfólios avaliados. Ao final do estudo, são propostos métodos de implementação desta estratégia em diferentes níveis gerenciais utilizando-se dos conceitos das técnicas de rebalanceamento de carteiras sobre as quais foi construído o modelo financeiro.

Palavras-chave: Investimento. Rebalanceamento. Portfólio. Fundos de Investimento.

Abstract

The recent and noticeable increase in the interest for investments from Brazilians, as well as in the demand for financial products with greater returns and lower risks, has made necessary the quest for new investment and asset management techniques that satisfy the new habits of those investors. In this context, this study proposes an analysis on the effects of different investment portfolio rebalancing techniques on various theoretical portfolios through a thorough literature review and the construction of a financial model that is able to reproduce such techniques in a way to avoid modelling errors such as overfitting. Using such financial model, portfolio tests were carried out with different compositions of higher and lower risk investment funds, thus proving such portfolio rebalancing techniques superiority in several aspects when compared to the so-called buy and hold on two out of three of the evaluated portfolios. At the end of this study, implementation methods on different management levels are proposed based on the portfolio rebalancing techniques concepts upon which the financial model was built on.

Key words: Investment; Rebalancing; Portfolio; Investment Funds.

Sumário

| | |
|---|----|
| 1 Introdução..... | 7 |
| 1.1 Justificativa da Escolha do Tema..... | 8 |
| 1.2 Objetivos..... | 9 |
| 1.2.1 Geral | 9 |
| 1.2.2 Específicos | 9 |
| 2.1 A Influência do Tempo Sobre o Dinheiro | 9 |
| 2.2 Avaliando o Risco e Retorno de Um Ativo | 11 |
| 2.3 Avaliando o Risco e Retorno da Carteira de Investimentos | 13 |
| 2.3.1 O Retorno de uma Carteira de Investimentos | 13 |
| 2.3.2 O Risco de uma Carteira de Investimentos | 14 |
| 2.3.3 Outras Formas de Avaliação de uma Carteira de Investimentos | 15 |
| 2.3.3.1 Drawdown..... | 15 |
| 2.3.3.2 Taxa de Sucesso | 17 |
| 2.4 Diversificação de Carteiras..... | 17 |
| 2.5 Fundos de Investimento..... | 20 |
| 2.6 O Processo de Suitability | 22 |
| 2.7 O Rebalanceamento de Carteiras | 24 |
| 2.7.1 Princípios do Rebalanceamento de Carteiras | 24 |
| 2.7.2 Custos Operacionais..... | 25 |
| 2.8 Benchmarking..... | 27 |
| 2.8.1 Índices | 27 |
| 2.8.1.1 Índice da Bolsa de Valores de São Paulo | 27 |
| 2.8.1.2 Taxa DI Over | 28 |
| 2.8.2 Rentabilidade Relativa | 28 |

| | |
|--|----|
| 2.8.3 Tracking Error..... | 29 |
| 2.9 Métodos Estatísticos para Validação de Modelos | 29 |
| 2.9.1 Validação Cruzada | 29 |
| 2.9.2 Testes de Hipóteses | 30 |
| 3 Método | 31 |
| 3.2 Carteira Teórica | 32 |
| 3.3 Benchmark..... | 34 |
| 3.4 Estratégias de Rebalanceamento..... | 35 |
| 3.4.1 Buy and Hold | 35 |
| 3.4.2 Rebalanceamento por Períodos..... | 35 |
| 3.4.3 Rebalanceamento por Limites | 36 |
| 3.5 Modelo Financeiro | 37 |
| 3.6 Validação Cruzada | 38 |
| 3.7 Teste de Hipóteses | 39 |
| 4 Análise dos Dados..... | 40 |
| 4.1 Carteira Teórica | 40 |
| 4.1.1.1 BB RF LP 30 Mil FIC de FI | 40 |
| 4.1.1.2 Bradesco H FIA Ibovespa..... | 41 |
| 4.2 Análise dos Resultados..... | 42 |
| 4.2.1 Rebalanceamento por Períodos..... | 42 |
| 4.2.1.1 Portfólio Conservador | 43 |
| 4.2.1.2 Portfólio Moderado | 44 |
| 4.2.1.3 Portfólio Agressivo | 46 |
| 4.2.2 Rebalanceamento por Limites | 47 |
| 4.2.2.1 Portfólio Conservador | 48 |

| | |
|--------------------------------------|----|
| 4.2.2.2 Portfólio Moderado | 50 |
| 4.2.2.3 Portfólio Agressivo | 51 |
| 4.3 Comparativo de Estratégias | 53 |
| 4.3.1 Portfólio Conservador | 53 |
| 4.3.2 Portfólio Moderado | 54 |
| 5 Conclusões e Propostas | 56 |
| Referências | 59 |

1 Introdução

O presente estudo, propõe-se a explorar um tema específico em uma área que vem demonstrando um crescimento de interesse acelerado no Brasil nos últimos anos: investimentos. Com o crescimento constante da renda do brasileiro e o advento da flexibilização e criação de novas políticas referentes ao mercado de capitais no país nos últimos anos, o volume de investimentos no mercado doméstico vem verificando novos recordes a cada ano que se passa. Neste contexto, além de ser possível verificar-se um aumento na captação de recursos no âmbito do mercado doméstico, ou seja, um aumento na capacidade de poupança dos investidores, também é possível perceber-se uma mudança deste hábito. Esta mudança dá-se no sentido de que, cada vez mais, o brasileiro prefere investir seus recursos em produtos financeiros mais arrojados em detrimento da, há muitos anos tradicional, poupança. Isto reflete, também, o desejo cada vez maior do investidor em buscar uma rentabilidade superior, sobressaindo-se da média de mercado e combatendo os efeitos da inflação que se abate sobre seu patrimônio. Estes novos hábitos, porém, devem vir acompanhados por técnicas igualmente arrojadas no que diz respeito à forma como estes ativos financeiros são gerenciados no interior da carteira do investidor de maneira a torna-la eficiente, respeitando e balanceando o apetite por retorno e o nível de aversão ao risco do mesmo. Neste sentido, o presente estudo propõe a análise de um destes mecanismos de gestão de recursos, o qual demonstra-se pouco reconhecido e, menos ainda, oferecido pelas assessorias financeiras das instituições as quais distribuem estes produtos de investimento.

O estudo encontra-se dividido em cinco capítulos. No primeiro, define-se a motivação da escolha do presente tema e é delimitado o campo em que o trabalho será desenvolvido, bem como seus objetivos gerais e específicos. No segundo capítulo, são abordados conceitos teóricos de renomados autores da área, o que servirá como base sólida para que se possa conduzir o estudo no campo proposto. O terceiro capítulo detalha os métodos e premissas utilizadas para

o desenvolvimento do trabalho, tais como o tipo de pesquisa que foi conduzida, bem como os métodos utilizados na coleta e análise dos dados. No quarto capítulo, são apresentadas as carteiras teóricas adotadas para o estudo, bem como a análise dos dados resultantes dos testes conduzidos através do modelo financeiro das estratégias de investimento para os diferentes perfis de investidor no portfólio adotado. O quinto capítulo destina-se à apresentação de estratégias e ações a serem desenvolvidas com o objetivo de tornar as técnicas de rebalanceamento de carteiras acessíveis aos clientes da instituição escolhida para a realização do estudo. No quinto capítulo, são sumarizadas as principais conclusões às quais se chegaram a partir dos resultados obtidos, além de apresentados métodos para implementação das estratégias de rebalanceamento analisadas. Ainda no quinto capítulo, são pontuados os aspectos positivos que o estudo trouxe ao autor, às comunidades acadêmica e científica e, possivelmente ao mercado de capitais. Por fim, apresentam-se as referências bibliográficas utilizadas para a fundamentação teórica do estudo.

1.1 Justificativa da Escolha do Tema

A aplicação de questionários de avaliação de perfil do investidor, conceito conhecido como *suitability*, é de responsabilidade de todas as instituições financeiras distribuidoras de produtos de investimento, as quais normalmente o fazem. Porém, devido às diferentes rentabilidades normalmente verificadas entre os diversos produtos de investimento, podem ocorrer alterações substanciais na participação percentual de cada um em determinada carteira de investimentos. Esta variação faz com que, ao longo do tempo, a carteira e seus resultados não mais reflitam os objetivos inicialmente identificados como compatíveis ao perfil do investidor. A situação descrita é muito comum entre todos os agentes financeiros os quais distribuem produtos de investimento, pois a revisão da composição de carteiras não é uma postura normalmente adotada pelos mesmos. Através deste estudo, pretende-se solucionar esta

inconsistência que, apesar de afetar de maneira crítica os resultados de uma carteira em um longo prazo, não recebe a devida atenção e acaba sendo negligenciada pelas instituições financeiras e investidores.

1.2 Objetivos

1.2.1 Geral

Criar modelo financeiro capaz de maximizar os retornos de uma carteira de investimentos através da correção de desvios no balanceamento original de ativos, minimizando custos operacionais, incidência de tributos e riscos de mercado.

1.2.2 Específicos

Como objetivos específicos, elencaram-se: a) definir três diferentes perfis de investidor de acordo com níveis de risco e retorno esperados; b) definir carteira teórica de investimentos; c) realizar backtests a fim de avaliar o desempenho das estratégias de rebalanceamento propostas; d) realizar benchmark das estratégias de rebalanceamento propostas com estratégias de investimento alternativas, e; e) propor métodos de implantação das técnicas de rebalanceamento de carteiras em diferentes níveis gerenciais de acordo com os conceitos sobre os quais o modelo financeiro foi construído.

2 Referencial Teórico

2.1 A Influência do Tempo Sobre o Dinheiro

Em finanças, segundo Bruni (2008), estudam-se as relações entre as variáveis tempo e dinheiro. O dinheiro é um aspecto comum à todas as análises e decisões que dizem respeito a finanças, e, visando facilitar o processo de tomada de decisões referentes a investimentos, todas as variáveis que tomam parte neste processo são transformadas e apresentadas sob a forma de

dinheiro. Por outro lado, a análise do dinheiro e seus investimentos apenas faz sentido quando feita considerando-se a variável tempo, pois da combinação das duas é que poderá verificar-se a obtenção de rentabilidade sobre o capital investido. A rentabilidade de um investimento é obtida através do pagamento de uma taxa de juros ao longo de um determinado período de tempo, a qual é descrita por Neto (2012, p. 127) como “[...] preço da mercadoria dinheiro. No contexto de uma operação financeira, o juro é a remuneração que o tomador (captador) de um empréstimo paga ao doador (aplicador) de recursos”. A relação entre tempo, dinheiro e rentabilidade, pode ser mais facilmente entendida através do conceito de capitalização. Na capitalização simples, conforme Bruni (2008), temos $VF = VP (1 + i \times T)$, sendo VF o valor futuro, ou resultado da aplicação inicial; VP o valor presente, ou aplicação inicial; i a taxa de juros, ou remuneração do fluxo de caixa, e; T o tempo, ou período no qual ocorrerá a capitalização. Para melhor ilustrar, considere $VP = R\$ 1.000,00$; $i = 1,5\%$, e; $T = 12$ meses. Assim, temos $VF = 1.000,00 (1 + 1,5\% \times 12)$; $VF = 1.000,00 \times 1,18$, e; $VF = 1.180,00$. Ao aplicar a quantia de R\$ 1.000,00, o investidor pactuou com sua contraparte uma remuneração de 1,5% sobre o capital investido ao mês pelo período de 12 meses. Ao final do período, além do resgatar o valor principal investido, ele foi remunerado com um total de R\$ 180,00 – uma rentabilidade de 18%.

O autor também descreve outra metodologia para o de cálculo de juros, denominada de capitalização composta. Nesta, a taxa de juros não incide apenas sobre o montante investido inicialmente, mas também sobre os juros incididos em períodos anteriores, de forma que o crescimento do valor futuro seja exponencial. Matematicamente, tem-se $VF = VP (1 + i)^T$.

Conforme o exemplo exposto anteriormente, teríamos, no caso da capitalização composta, um montante superior ao da capitalização simples devido às propriedades exponenciais da equação. A remuneração do investimento chegou a R\$ 195,62, com uma

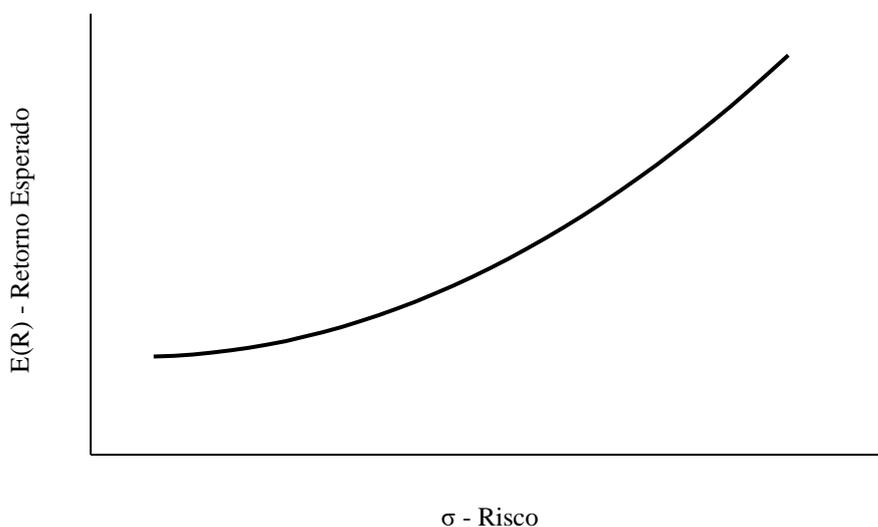
rentabilidade de 19,56% no período, dados por $VF = 1.000,00(1 + 1,5\%)^{12}$; $VF = 1.000,00 \times 1,195618$, e; $VF = 1.195,62$.

2.2 Avaliando o Risco e Retorno de Um Ativo

A rentabilidade de um investimento é influenciada, entre outros fatores, pelo risco o qual este apresenta ao investidor. Sobre a relação entre risco e retorno, Neto (2008, p. 266), expõe:

“Para que um investidor obtenha um retorno maior de sua carteira, ele deve assumir um nível mais alto de risco. Há uma relação direta e proporcional entre risco e retorno. Quanto maior o risco de um ativo, maior o prêmio pelo risco pago. Para um determinado nível de risco assumido, o investidor deseja auferir o maior retorno possível”.

Gráfico 1 – Representação de uma curva de indiferença



Fonte: Neto (2008, p. 264).

Sobre o Gráfico 1, o qual demonstra a chamada curva de indiferença, Neto (2008, p. 264) explica:

“Essa curva é compreendida como um reflexo da atitude que um investidor assume diante do risco de uma aplicação e do retorno produzido pela decisão, e

envolve inúmeras combinações igualmente desejáveis. Qualquer combinação inserida sobre a curva de indiferença é igualmente desejável, pois deve proporcionar o mesmo nível de utilidade (satisfação). Essa abordagem de representação da curva de indiferença visa avaliar a reação de um investidor de mercado diante de diferentes alternativas de investimentos, demonstrando aquelas capazes de satisfazer suas expectativas de risco/retorno. É um enfoque essencialmente comparativo, permitindo a visualização das preferências do investidor diante do objetivo de maximização de sua satisfação (grau de utilidade)".

Apesar de se esperar uma exposição maior ao risco em investimentos os quais proporcionam maior retorno, ainda assim, o risco é uma dimensão que sempre estará presente em todos os ativos e classes de investimentos, em maior ou em menor grau. O primeiro passo para lidar com este fator é quantificá-lo, ou seja, transformá-lo, através de equação matemática pré-determinada, em um índice que seja comparável ao grau de risco de outros ativos. Bodie, Kane e Marcus (2000), definem o risco como a incerteza em torno de um investimento em função da magnitude dos retornos excedentes. Os autores definem o retorno excedente de um investimento, também denominado prêmio de risco, como a diferença entre o retorno de um investimento em determinado ativo e a taxa livre de riscos, ou seja, quanto pode-se ganhar ao investir recursos em ativos livres de risco, tal como a poupança. Defina-se retorno excedente como $R_t = r_{at} - r_{Lt}$, sendo R_t o retorno excedente no período t ; r_{at} o retorno apresentado pelo ativo a no período t , e; r_{Lt} o retorno apresentado pela taxa livre de risco L no período t .

Já para calcular a magnitude dos retornos excedentes de forma a quantificar-se o risco apresentado por um investimento, os autores sugerem que se equacione o desvio padrão dos retornos excedentes apresentados por um ativo em determinado período. Sendo assim, defina-se desvio padrão como $\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2}$, onde $\bar{R} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t$, seja σ_R o

desvio padrão do retorno excedente; T o número de períodos observados, e; \bar{R} a média aritmética dos retornos excedentes.

Conforme pontuado anteriormente, maiores riscos normalmente representam maiores retornos, sendo que a recíproca também mostra-se verdadeira. Apesar disto, esta relação não é perfeitamente proporcional quando comparadas as rentabilidades proporcionadas por cada investimento em função do risco que cada uma apresenta. A fim de quantificar a relação entre risco e retorno, Sharpe (1994) descreve em sua publicação uma metodologia de cálculo a qual leva à obtenção do índice que leva seu nome, o Índice de Sharpe. Tal índice, segundo o autor, descreve a média do retorno excedente por unidade da variabilidade do retorno excedente. O autor define o Índice de Sharpe (S) como $S = \frac{\bar{R}}{\sigma_R}$.

2.3 Avaliando o Risco e Retorno da Carteira de Investimentos

2.3.1 O Retorno de uma Carteira de Investimentos

Tendo-se definidos os métodos para o cálculo do risco, retorno e suas relações para ativos individuais, pode-se ir além ao ampliar o raciocínio para carteiras compostas por mais de um ativo. A fim de calcular-se o retorno de uma carteira composta por, por exemplo, um fundo de ações e um fundo de renda fixa, Neto (2012) define em sua obra a seguinte equação: $r_p = w_A r_A + (1 - w_A) r_F$, onde r_p representa o retorno da carteira p ; w_A a proporção alocada no fundo de ações A ; r_A o retorno apresentado pelo fundo de ações A , e; r_F o retorno apresentado pelo fundo de renda fixa F . Já para uma carteira composta por um número N de ativos, o autor utiliza a expressão $r_p = \sum_{a=1}^N r_a w_a$, sendo r_a o retorno do ativo a , e; w_a a proporção alocada no ativo a .

2.3.2 O Risco de uma Carteira de Investimentos

Para definir o risco da carteira como um todo, porém, deve-se antes estudar o conceito de covariância, o qual quantifica as interações do risco de determinado ativo em relação a outro. Sobre o assunto, os autores Bodie, Kane e Marcus (2000, p. 186) pontuam que “[...] um determinante importante do risco da carteira é o grau no qual os retornos sobre os dois ativos tendem a variar, seja em série ou opostos. Esse risco depende da correlação entre os retornos dos ativos na carteira”. Esclarecem, ainda, que uma correlação negativa representa baixo risco para a carteira como um todo, pois o mau desempenho de um ativo será compensado pela boa performance do outro. Por outro lado, uma correlação positiva representaria um maior grau de risco para a carteira, pois na medida em que os ganhos e perdas não se compensam, a variância da carteira acaba por elevar-se. Os autores definem a covariância como a média do produto dos desvios dos ativos da carteira. Matematicamente, pode-se defini-la como $\sigma_{AF} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [(r_{At} - \bar{r}_A)(r_{Ft} - \bar{r}_F)]$, onde σ_{AF} representa a covariação entre os fundos A e F ; r_{At} o retorno do fundo de ações A no período t ; \bar{r}_A a média dos retornos do fundo de ações A ; r_{Ft} o retorno do fundo de renda fixa F no período t , e; \bar{r}_F a média dos retornos do fundo de renda fixa F .

Ainda assim, a covariância por si só é de difícil compreensão em termos de magnitude, pois é representada em valores absolutos, o que também dificulta sua comparação à covariância de outros ativos. De modo a resolver o problema, Filho e Ishikawa (2007) descrevem o índice de correlação como a razão entre a covariância dos ativos e o produto de seus desvios padrão. Matematicamente, tem-se $\rho_{AF} = \frac{\sigma_{AF}}{\sigma_A \sigma_F}$, seja ρ_{AF} a correlação entre os ativos A e F ; σ_A o desvio padrão do fundo de ações A , e; σ_F o desvio padrão do fundo de renda fixa F .

O coeficiente de correlação será sempre dado por $-1 \leq \rho \leq 1$. Desta forma, é possível classificar a força da correlação existente entre dois ativos. Os autores Hinkle,

Wiersma e Jurs (2003), sugerem que tal classificação se dê conforme os intervalos dados pelo quadro 1, descrito abaixo.

Quadro 1 – Intervalos de classificação do coeficiente de correlação

| ρ – Correlação | Interpretação |
|--------------------------------|--|
| [0,90; 1,00] ou [-1,00; -0,90] | Correlação positiva (ou negativa) muito alta |
| [0,70; 0,90] ou (-0,90; -0,70] | Correlação positiva (ou negativa) alta |
| [0,50; 0,70] ou (-0,70; -0,50] | Correlação positiva (ou negativa) moderada |
| [0,30; 0,50] ou (-0,50; -0,30] | Correlação positiva (ou negativa) baixa |
| [0,00; 0,30] ou [-0,30; 0,00] | Correlação desprezível |

Fonte: Hinkle, Wiersma e Jurs (2003).

Definidas as propriedades das relações de risco e retorno entre diferentes ativos, pode-se então chegar à metodologia de cálculo do risco total de determinada carteira de investimentos. Neste sentido, Markowitz (1952) propõe a seguinte metodologia para o cálculo do risco σ da carteira p , composta por dois ativos: $\sigma_p =$

$$\sqrt{(w_A^2 \sigma_A^2) + (w_F^2 \sigma_F^2) + 2 (w_A \sigma_A) (w_F \sigma_F) \rho_{AF}} .$$

Já a expressão geral para o cálculo do risco total de uma carteira composta por N ativos, é descrita pelo autor como $\sigma_p =$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (w_i \sigma_i) (w_j \sigma_j) \rho_{ij}} .$$

2.3.3 Outras Formas de Avaliação de uma Carteira de Investimentos

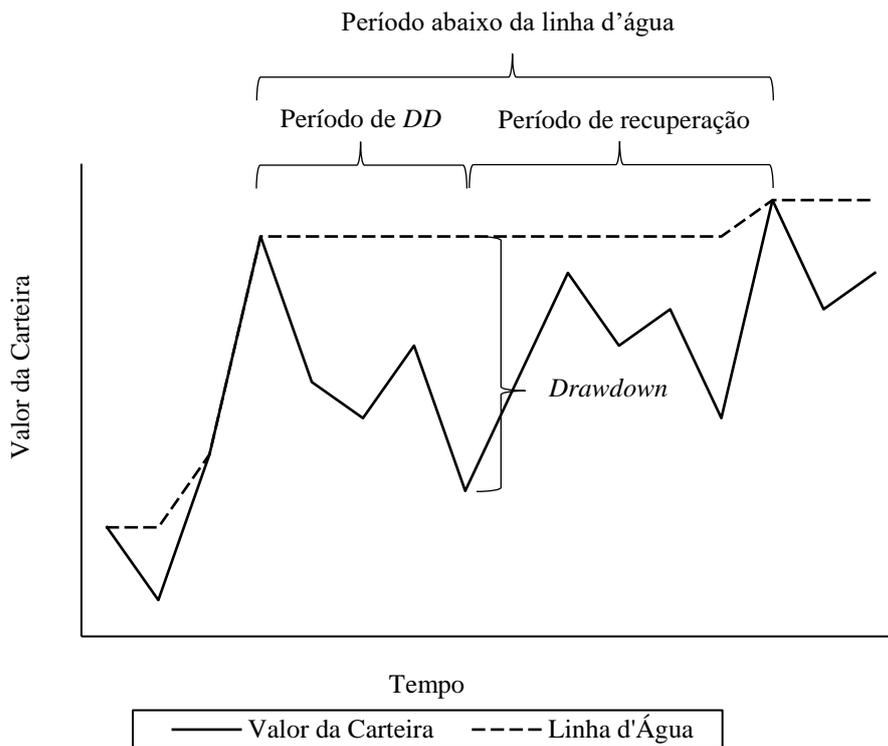
Além do risco e retorno apresentados pela carteira de investimentos, é importante, também, mensurarem-se outras dimensões de risco intrínsecas ao investimento. Estas dimensões impactam diretamente no risco e também no retorno apresentado pela carteira.

2.3.3.1 Drawdown

Chekholov, Uryasev e Zabarankin (2004), descrevem o drawdown (DD) como uma medida de risco definida pela a diferença entre a linha d'água nos preços de determinado ativo

e o menor nível de preços subsequente, expresso em termos percentuais. Por linha d'água, entende-se que seja o maior nível de preços verificado até determinado momento. Para um melhor entendimento deste conceito, considere o gráfico abaixo.

Gráfico 2 – Representação de uma linha d'água e o drawdown de uma carteira de investimentos



Fonte: Andreas Steiner Consulting GmbH (2014).

Como forma de avaliar o risco de um portfólio, a medida pode ser apresentada na forma de drawdown máximo e médio, sempre em termos percentuais e nunca maiores do que zero.

Estes, possuem sua metodologia de cálculo representada por $MaxDD = \max_{1 \leq t \leq T} (\xi_t)$ e

$AvDD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \xi_t$, onde $\xi = \frac{PMS}{Linha\ d'\Água} - 1$, seja $MaxDD$ o drawdown máximo; ξ_t o

drawdown no período t ; $AvDD$ o drawdown médio, e; PMS o preço mínimo subsequente à formação da linha d'água.

2.3.3.2 Taxa de Sucesso

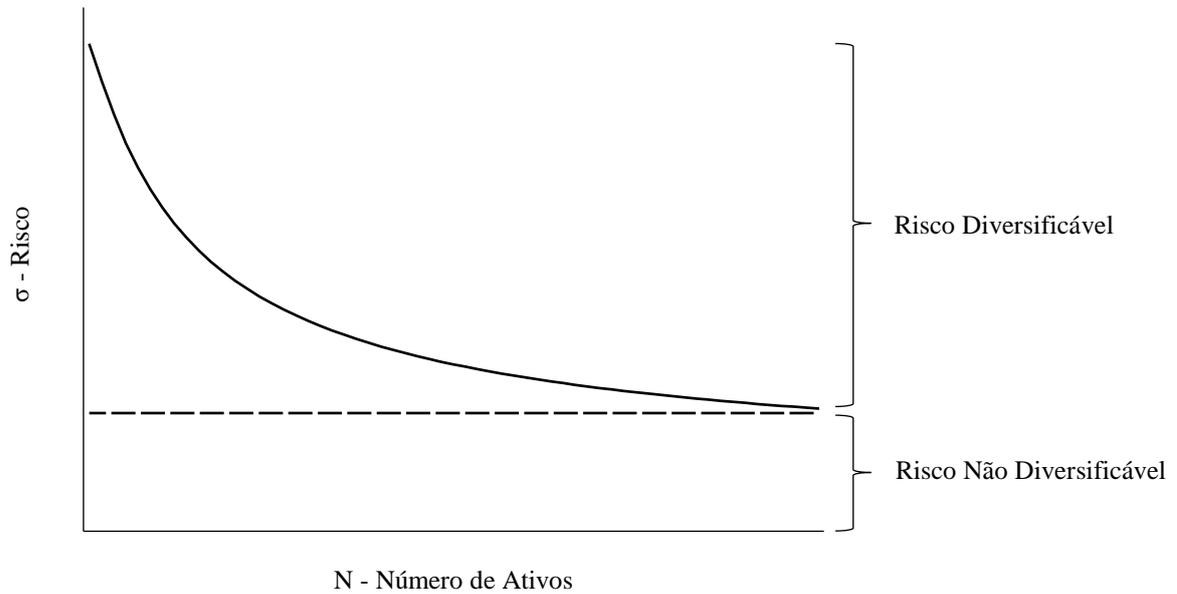
Esta taxa descreve a proporção entre o número de períodos onde determinada carteira apresenta resultados positivos em relação aos resultados negativos. É importante observar que esta taxa não leva em consideração o volume de recursos ganhos ou perdidos no período, mas sim se o resultado do período foi positivo ou negativo. Portanto, a taxa de sucesso jamais deverá ser utilizada como única medida de risco, mas sim como uma medida complementar. De acordo com Investopedia (2014), a taxa de sucesso (*TS*) é calculada conforme a expressão $TS =$

$$\frac{N^{\circ} \text{ de Períodos Positivos}}{N^{\circ} \text{ de Períodos Negativos}}$$

2.4 Diversificação de Carteiras

O risco total de determinado ativo, ou ainda, de determinada carteira de ativos, pode ser dissecado e dividido entre risco diversificável e não diversificável. O risco não diversificável, também chamado de risco sistemático, é aquele que encontra-se inerente a todos os ativos negociados no mercado e é associado a eventos econômicos, políticos e sociais, os quais podem impactar os ativos de diferentes formas. Alterações de cunho tributário, implantação de pacotes econômicos, entre outros eventos, também fazem parte dos acontecimentos que potencializam ou reduzem a variabilidade do mercado como um todo. O risco sistemático, sempre estará presente, independentemente da política de mitigação de riscos adotada. Já o risco diversificável, também chamado de risco não sistemático, é inerente ao próprio ativo, podendo até influenciar o desempenho de outros ativos, mas nunca de todos. Este, pode ser eliminado através da inclusão de ativos que não possuam correlação positiva perfeita entre si, uma prática denominada de diversificação. Como exemplo, pode-se citar o contrabalanço entre ativos de renda fixa e renda variável ou, ainda, entre ações de empresas sazonais e não sazonais. (LIMA, GALARDI E NEUBAUER 2009)

Gráfico 3 – Efeitos da diversificação de uma carteira

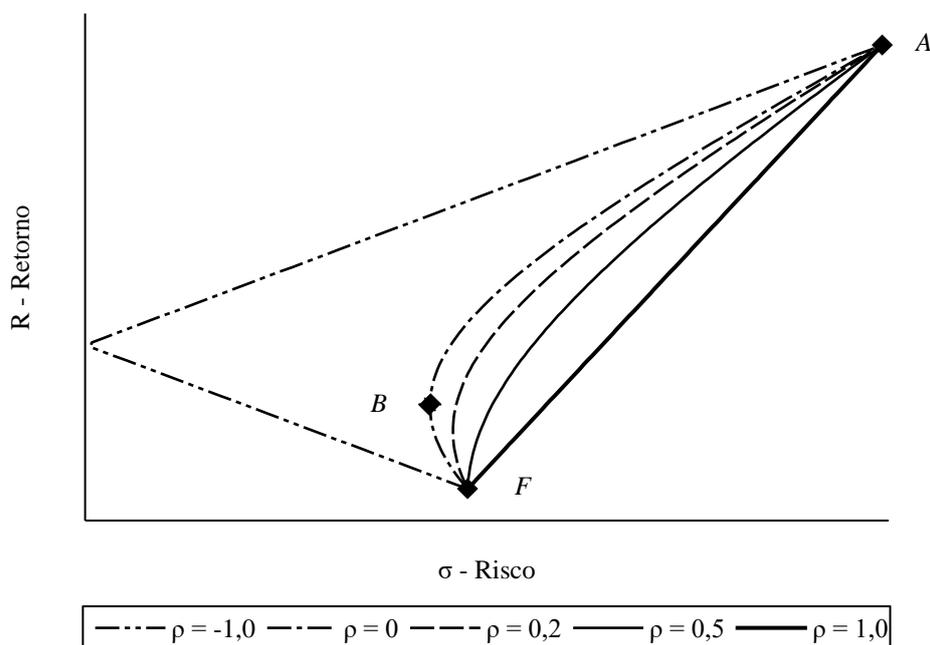


Fonte: Bodie, Kane e Marcus (2000, p. 186).

No caso de uma carteira de investimentos cujos seus ativos possuam uma correlação perfeitamente positiva, ou seja, no caso em que $\rho = 1$, a mesma não será beneficiada por sua diversificação, pois o risco total da carteira será igual à média ponderada do desvio padrão dos ativos componentes. Ao mesmo tempo, a afirmação de que sempre que $-1 \leq \rho < 1$ a carteira alcançará ganhos com a diversificação verifica-se verdadeira. (BODIE, KANE E MARCUS, 2000)

Como exemplo, considere-se uma carteira composta por um fundo de ações *A* e um fundo de renda fixa *F* cujas relações entre risco e retorno variam conforme a correlação existente entre os mesmos, conforme pode-se analisar na ilustração 4.

Gráfico 4 – Conjuntos de Oportunidades de Investimento para fundos de renda fixa e fundos de ações com vários coeficientes de correlação



Fonte: Bodie, Kane e Marcus (2000, p. 194)

No gráfico 4, segundo seus autores, presume-se que os investidores prefiram carteiras que pendam para a esquerda do gráfico, representando um investimento de menor risco, e também para o alto, representando um investimento com maior retorno. Esta preferência indica que pode-se comparar carteiras de investimento de acordo com um critério que pode-se chamar de mínima variância. No caso exposto no gráfico 4, onde são comparadas as relações de risco e retorno entre dois ativos, a participação do fundo F em uma carteira de mínima variância pode ser calculada através de $w_F = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_F \sigma_A \rho_{AF}}{\sigma_F^2 + \sigma_A^2 - 2 \sigma_F \sigma_A \rho_{AF}}$.

Neste sentido, considere neste mesmo gráfico o ponto B, o qual representa uma carteira de mínima variância composta pelos fundos A e F nas respectivas proporções $w_F - 1$ e w_F , com correlação $\rho = 0$. Investidores, caso tenham a oportunidade de escolherem, sempre irão preferir a carteira B em detrimento de uma carteira composta exclusivamente pelo fundo F, pois

a mesma representa um menor risco e maior retorno. Matematicamente, observa-se $r_B > r_F$ e $\sigma_B < \sigma_F$. Qualquer que seja a carteira que esteja situada graficamente abaixo da carteira B é automaticamente classificada como ineficiente e deve ser rejeitada. Já a melhor escolha entre carteiras que graficamente situem-se acima de B não é óbvia, pois, a partir dela, todo o retorno superior será também acompanhado de um risco superior. A partir deste ponto, a melhor escolha, então, dependerá exclusivamente do apetite por retorno e aversão ao risco que o investidor possui. (BODIE, KANE E MARCUS, 2000)

2.5 Fundos de Investimento

Segundo Lima, Galardi e Neubauer (2009, p. 67), fundos de investimento são constituídos por:

“[...] investidores que depositam recursos em conjunto com outros investidores, visando a um objetivo em comum. Na realidade, são coproprietários, e estão entrando em um condomínio. O conceito de condomínio em fundos de investimento é análogo ao de condomínio de um prédio residencial. Todo fundo de investimento é um condomínio, aberto ou fechado. Os fundos de investimento disponíveis para os investidores aplicarem são condomínios abertos, no sentido de que qualquer investidor que possua a quantia para a aplicação mínima definida e que deseje aplicar pode ser um cotista do fundo, tornando-se então um condômino, com direitos e obrigações estabelecidos pelo regulamento específico daquele fundo.”

Ainda segundo os autores, cada fundo de investimento conta com uma rede de participantes com funções e responsabilidades específicas, sejam: a) administrador, o qual é responsável por representar legalmente os cotistas perante a lei, divulgar informações sobre o fundo aos cotistas, órgãos regulamentadores e ao mercado, prestar serviço de atendimento ao cotista, entre outras responsabilidades; b) gestor, o qual é responsável pela administração dos recursos do fundo, cabendo à ele a escolha e negociação dos ativos que farão parte da carteira

do fundo de investimento, desde que estas estejam pautadas nos limites e parâmetros delimitados pela política de investimento definida pelo administrador; c) distribuidor, o qual é responsável pela comercialização do fundo e aplicação do processo de suitability, entre outras responsabilidades; d) custodiante, o qual é responsável pelo serviço de guarda dos títulos que compõem o fundo de investimento, e; e) auditor, o qual é responsável por fiscalizar as operações, demonstrações financeiras, notas explicativas e outros aspectos referentes à atuação dos participantes do fundo.

Os fundos podem ser classificados de acordo com a composição de suas carteiras, permitindo uma melhor identificação de sua política de investimentos, bem como de seus objetivos. Neste sentido, a Instrução Normativa da Comissão de Valores Mobiliários (CVM) nº 555, de 17 de dezembro de 2014, instituiu a classificação dos fundos de investimento conforme segue: a) fundos de renda fixa, os quais caracterizam-se por terem como principal fator de risco de sua carteira a variação da taxa de juros e/ou de índice de preços; b) fundos de ações, os quais devem ter como principal fator de risco a variação de preços de ações admitidas à negociação no mercado organizado; c) fundos cambiais, os quais caracterizam-se por terem como principal fator de risco de carteira a variação de preços de moeda estrangeira ou a variação do cupom cambial, e; d) fundos multimercado, os quais não possuem obrigação em concentrar seu patrimônio líquido em determinada classe de ativos, mas, sim, devem conduzir uma política de investimento com a qual se atinja variadas classes de ativos e fatores de risco. (BRASIL, 2014)

Neto (2000) pontua que, além disto, os fundos podem ser classificados quanto à natureza de sua gestão. Estes, podem possuir uma gestão ativa, ou seja, podem adotar postura agressiva buscando superar seu benchmark, produzindo maiores retornos e também expondo sua carteira a maiores riscos. Podem, por outro lado, possuir uma gestão passiva, ou seja, podem adotar uma postura conservadora ao buscar replicar seu benchmark, trazendo ganhos inferiores e menor exposição da carteira ao risco.

O autor também esclarece alguns pontos em relação às vantagens em investir-se em fundos de investimentos ao invés de fazê-lo em ativos individuais. Um deles, deve-se ao fato de que o investidor pode ter acesso a diferentes mercados ao investir em um fundo, pois, ao possuir um elevado volume de recursos e gestão profissional, o fundo é capaz de operar em mercados que muitas vezes encontram-se longe do alcance do investidor individual. Além disto, muitos fundos proporcionam ao investidor uma liquidez diária, o que permite que o cotista resgate seus recursos a qualquer momento e com grande facilidade, algo que, no caso de determinados ativos não é possível. Os fundos também conseguem promover a diversificação de suas carteiras, mesclando de maneira eficiente ativos financeiros com o objetivo de maximizar o retorno e mitigar riscos.

2.6 O Processo de Suitability

As exigências de rentabilidade e a tolerância ao risco, para Bodie, Kane e Marcus (2000), são considerados os objetivos do investidor e tomam parte importante na determinação da política de investimentos de sua carteira. Estas políticas ainda podem ser afetadas por restrições do investidor em relação aos seus investimentos, quais sejam: a) liquidez, ou facilidade em se transformar determinado ativo em dinheiro; b) horizonte, ou tempo no qual o investidor se dispõe em imobilizar seu capital em certo ativo; c) regulamentações, ou limitações legais; d) impostos, os quais podem afetar de forma crítica a rentabilidade líquida de um investimento, e; e) necessidades singulares, as quais podem contemplar diferentes aspectos relacionados ao investidor, como sua idade, estado civil, momento de vida, capacidade de investimento, entre outros.

Conhecendo-se os objetivos e restrições do investidor, pode-se aplicar o processo de Análise de Perfil de Investimento, também conhecido como suitability. Cavalcante, Misumi e Rudge (2009), segmentam os investidores função de sua tolerância ao risco em três perfis

básicos, sejam: a) baixo risco, prezando pela liquidez e segurança ao investir principalmente em ativos imobiliários, seguros e títulos de renda fixa; b) risco moderado, buscando rendimento e crescimento ao longo prazo ao tomar maiores posições acionárias; c) alto risco, utilizando-se de posições acionárias expressivas, operações com derivativos a práticas de alavancagem.

A alocação de recursos em diferentes categorias de investimento, tais como renda fixa e variável, permitirá a composição de uma carteira com maior ou menor nível de exposição ao risco e diferentes rentabilidades, de maneira com que esta seja adequada a determinado investidor.

A partir da determinação do perfil do investidor, pode-se iniciar o processo de seleção de uma carteira de investimentos. Segundo Neto (2012, p. 274), o objetivo do processo de seleção de carteiras é:

“[...] identificar a melhor combinação possível de ativos, obedecendo às preferências do investidor com relação ao risco e retorno esperados. Dentre as inúmeras carteiras que podem ser formadas com os ativos disponíveis, é selecionada aquela que maximiza seu grau de satisfação”.

Este processo, segundo Bodie, Kane e Marcus (2000, p. 141), deve determinar uma política de investimento que reflita:

“[...] um perfil de risco/retorno apropriado, assim como as necessidades para liquidez, geração de renda e posicionamento tributário. Por exemplo, a decisão mais importante sobre a carteira que um investidor toma é a proporção do total do fundo de investimentos alocada as operações de risco, em oposição aos ativos seguros, tais como títulos do mercado monetário, geralmente chamados de equivalentes de caixa, ou simplesmente dinheiro. Esta escolha é o meio mais significativo de se controlar o risco em investimento. [...] Somente após determinar a ampla classe de ativos que será mantida na carteira é que a pessoa poderá escolher, sensatamente, os títulos específicos para serem comprados”.

2.7 O Rebalanceamento de Carteiras

Conforme sugerido por Bodie, Kane e Marcus (2000), a carteira deverá contemplar uma certa proporção entre investimentos de maior risco – comumente situados no mercado de renda variável em ativos como ações e derivativos – e menor risco – com ativos de renda fixa como títulos de renda fixa e imóveis. Devido às desigualdades na relação de risco e retorno existentes entre os ativos de renda variável e fixa, é comum verificar-se diferenças substanciais de performance em uma das classes em relação à outra. Eventualmente, esta diferença de performance pode levar a alterações drásticas nas proporções entre classes de risco de uma carteira de investimentos. Os autores ponderam, ainda, que, a menos que o investidor esteja satisfeito com as novas proporções do investimento, deve-se agir a fim de restaurar-se os pesos da carteira para os níveis desejados e inicialmente identificados como ideais no processo de suitability. O processo de restauração das proporções iniciais do portfólio, também conhecido como rebalanceamento de carteiras, é o objeto de estudo do presente documento.

2.7.1 Princípios do Rebalanceamento de Carteiras

Graham, Zweig e Buffet (2006) sugerem em sua obra que o investidor distribua os recursos de seu portfólio entre ativos de renda fixa e renda variável em determinada proporção. Na medida em que o mercado se desenvolve, distúrbios de, por exemplo, cinco por cento nas proporções das classes de ativos da carteira, poderão ser corrigidos através do processo de rebalanceamento. Adicionalmente, os autores sugerem uma política de rebalanceamento dada através da percepção do investidor quanto ao mercado, ou seja, o investidor poderá permitir que sua exposição à determinada classe de ativos seja elevada ou reduzida em relação à proporção original, de acordo com sua percepção do risco do mercado em que está investindo.

Técnicas ainda mais avançadas, sugerem que se leve em consideração fatores tais como taxa de desemprego, spread bancário, produção industrial, sazonalidades, preço de

commodities, entre outros, como fatores determinantes para o processo de tomada de decisão sobre a existência (ou não) da necessidade de rebalanceamento em uma carteira de investimentos em determinado período. (MURALIDHAR, 2007)

Gitman, Joehnk e Smart (2010) vão além, descrevendo o constant-dollar plan – o qual se assemelha às estratégias apresentadas anteriormente – como uma estratégia de rebalanceamento de carteiras de investimento que, além de manter o risco da carteira aderente ao perfil do investidor, pode também elevar sua performance. Pode-se melhor entendê-la ao observar uma carteira de dois ativos, como, por exemplo, uma carteira composta por um fundo de renda fixa e outro de ações. Em períodos onde a performance do fundo de ações demonstre-se superior a do fundo de renda fixa, elevando de forma demasiada sua participação na carteira, procede-se o resgate de parte das cotas deste fundo (vende-se na alta) e realiza-se aporte de valor correspondente no fundo de renda fixa. Em uma situação contrária, realiza-se aporte no fundo de ações (compra-se na baixa) e procede-se um resgate de valor correspondente no fundo de renda fixa. Em outras palavras, a estratégia consiste em realizar lucros em períodos de alta performance e aquisições baratas em períodos de baixa performance.

2.7.2 Custos Operacionais

O investimento passivo, ou seja, a compra de ativos financeiros no início de um período e a manutenção de suas posições, sem que sejam feitas novas compras ou vendas com o objetivo de elevar a performance da carteira de investimentos – estratégia também conhecida como buy and hold –, possui vantagens atrativas em termos de custos operacionais. Contudo, o mesmo atrativo não é verificado em investimentos ativos, ou seja, a estratégia de investimentos onde existe a execução de compras e vendas de ativos financeiros com o objetivo de elevar a performance do portfólio. (BODIE, KANE E MARCUS, 2000)

Desta forma, o investidor que executar qualquer das estratégias de rebalanceamento de carteiras, a qual enquadra-se como uma estratégia de investimentos ativa, poderá ser exposto a custos operacionais, tributários e condições de mercado desfavoráveis, os quais poderão penalizar de maneira importante a rentabilidade global de seus investimentos. Estes custos são gerados a partir da compra e venda de determinados ativos dentro de uma carteira a fim de reestabelecer as participações originais de cada um em uma carteira de investimentos.

Pinheiro (2009), explica que os custos operacionais relacionados às negociações no mercado de renda variável são: a) taxas de corretagem; b) taxa de serviço; c) emolumentos, e; d) taxa de custódia. Caso haja ganho de capital decorrente das negociações neste mercado, o autor esclarece que poderá ser cobrado Imposto de Renda em alíquotas que podem variar entre 15% e 20% sobre o lucro auferido.

Para o mercado de renda fixa, a rentabilidade da carteira poderá ser mais fortemente influenciada pelo resgate antecipado de determinados títulos, expondo o investidor a alíquotas de Imposto de Renda possivelmente maiores do que as que seriam aplicadas no vencimento do ativo. Sobre o Imposto de Renda para o mercado de renda fixa, Lima, Galardi e Neubauer (2009) explicam que as alíquotas podem variar entre 15%, para resgates após 720 dias de aplicação, e 22,5% para resgates em até 180 dias após a aplicação. No caso dos fundos de renda fixa e multimercados, a menor faixa do Imposto de Renda é recolhida de forma antecipada no último dia útil dos meses de maio e novembro, um mecanismo chamado come-cotas. Os autores explicam, ainda, que para resgates com prazo inferior a 30 dias após a aplicação, também é cobrado Imposto sobre Operações Financeiras, penalizando ainda mais os ganhos do investidor.

Há ainda, o risco da exposição às condições de mercado no momento da realização do rebalanceamento da carteira, o qual atinge tanto os ativos de renda fixa quanto os de renda variável. Segundo Neto (2012), variações nas taxas de juros da economia, a percepção do mercado em relação a determinado ativo, alterações nas taxas de câmbio, entre outros fatores,

podem afetar positiva ou negativamente o valor de resgate ou aquisição dos ativos atingidos pelo processo de rebalanceamento. Na prática, isto quer dizer que sob determinadas condições de mercado, realizar aquisições ou resgates de determinado ativo a fim de ajustar sua participação na carteira pode gerar grandes perdas de rentabilidade ao investidor.

2.8 Benchmarking

Com o objetivo de auferir-se o sucesso da estratégia de rebalanceamento de carteiras adotada, pode-se executar o processo de benchmarking, descrito por Neto (2012) como a utilização de determinado ativo ou índice como fonte de comparação de desempenho. O processo pode ser utilizado tanto para comparação entre duas diferentes estratégias de rebalanceamento, revelando qual destas é a mais eficiente, quanto para a comparação entre determinada estratégia e certo indicador financeiro, a fim de comparar a performance da estratégia em relação a um mercado específico.

2.8.1 Índices

2.8.1.1 Índice da Bolsa de Valores de São Paulo

O Índice da Bolsa de Valores de São Paulo, também conhecido como Ibovespa, ou simplesmente Ibov, é amplamente utilizado como benchmark para carteiras as quais possuam em sua composição ativos de renda variável, podendo ser utilizado para fins de comparação de desempenho com uma carteira a qual utilize-se de estratégias de rebalanceamento. Sobre o Ibov, os autores Filho e Ishikawa (2007, p. 259), explicam que:

“Esse índice foi constituído em 2 de janeiro de 1968 com a finalidade de acompanhar o desempenho médio dos preços das principais ações que são negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. As ações que compõem o índice são escolhidas

principalmente por sua representatividade em termos de volume de negócios (medido por um índice de negociabilidade) apresentada em dado período.”

2.8.1.2 Taxa DI Over

Também utilizada como parâmetro de performance, porém para carteiras compostas por ativos de renda fixa, a Taxa DI Over é apurada com base nas operações de emissão de CDI – ou Certificado de Depósito Interfinanceiro. É descrita por Neto (2012) como a taxa que reflete o custo referente a troca de posições financeiras entre os bancos, ou seja, é o índice que reflete a taxa média pactuada entre as instituições financeiras para a captação ou aplicação de recursos visando reforçar suas reservas de caixa ou rentabilizar seu capital excedente.

2.8.2 Rentabilidade Relativa

Diferentemente da rentabilidade absoluta, a qual é definida como a variação do patrimônio de uma carteira de investimentos em determinado período, a rentabilidade relativa leva em consideração a variação de seu benchmark. Isto permite que se utilize esta medida como uma efetiva forma de avaliação da performance de uma carteira de investimentos em relação ao seu benchmark. Nasdaq (2014) sugere sua metodologia de cálculo como $RR = \frac{r}{r_b}$, seja RR a rentabilidade relativa; r o retorno do ativo avaliado, e; r_b , o retorno do benchmark. Desta forma, pode-se dizer que uma carteira de investimentos pode apresentar uma sobre performance, quando seus retornos forem superiores aos de seu benchmark, ou, em uma situação inversa, apresentar uma sub performance. Quando a carteira apresenta performance idêntica à de seu benchmark, pode-se dizer que sua performance é aderente ao benchmark. (NASDAQ, 2014)

2.8.3 Tracking Error

Com a finalidade de verificar-se a aderência de determinada carteira de investimentos à performance de seu benchmark, pode-se, então, calcular-se o índice chamado tracking error. Neto (2012, p. 307), define o tracking error como “[...] uma medida que revela o grau de aproximação do desempenho de um fundo de investimento de seu benchmark”. O autor explica ainda, que o índice calcula “[...] o desvio padrão de uma série temporal formada pela diferença entre o retorno de uma carteira (fundo) de investimento e o retorno de seu benchmark”.

Matematicamente, tem-se
$$TE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{et} - \bar{r}_e)^2},$$
 onde

$r_e = r - r_b$ e $\bar{r}_e = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{et}$, seja TE, o tracking error; r_{et} , a diferença entre o retorno do ativo e o retorno de seu benchmark no período t; \bar{r}_e , a média aritmética da diferença entre o retorno do ativo e o retorno de seu benchmark, e; r o retorno do ativo. Ainda segundo o autor, quanto mais próximo de zero se situar o tracking error, maior será a indicação de que o desempenho do ativo replica, ou seja, espelha a evolução de seu benchmark.

2.9 Métodos Estatísticos para Validação de Modelos

De maneira a validar estatisticamente os resultados obtidos por determinado modelo, torna-se necessária a utilização de métodos estatísticos adequados a tal finalidade. O processo de validação estatística fortalece a confiança de que o modelo é adequado a prever resultados dentro de sua proposta. (MARCUS E ELIAS, 1998)

2.9.1 Validação Cruzada

A validação cruzada é um procedimento utilizado para evitar-se erros de modelagem, tais como o overfitting, eventualmente verificados em decorrência da mineração de dados em uma determinada amostra. Segundo STONE (1974), o método de validação cruzada consiste

primeiramente na divisão às cegas de uma amostra de dados em duas ou mais subamostras – ou seja, a amostra é particionada em subamostras mutuamente exclusivas sem que o pesquisador tome conhecimento de seu conteúdo –, as quais não necessariamente deverão possuir as mesmas proporções. Posteriormente, deve ser realizado o procedimento de seleção dos parâmetros do modelo a ser testado baseado na primeira subamostra (chamada de amostra de treinamento) e, por último, a verificação de sua performance na segunda subamostra (chamada de amostra de teste). Este procedimento poderá possuir K desdobramentos, a depender do tamanho e quantidade de subamostras existentes. A validação cruzada pode auxiliar na prevenção de problemas como o chamado *overfitting*, que ocorre, segundo Subramanian e Simon (2013), quando um modelo possui alta precisão em um conjunto de dados de treinamento, mas baixa precisão em um conjunto de dados de teste.

2.9.2 Testes de Hipóteses

A fim de caracterizar válidos os resultados de um modelo, garantindo com determinado grau de certeza de que estes não se tratam de ruído proveniente de erro estatístico – ou seja, que os resultados são estatisticamente significativos –, podem-se utilizar os chamados testes de hipóteses.

Segundo Massey e Miller (2006), em um teste de hipóteses deve-se iniciar com uma teoria padrão – chamada de hipótese nula – e uma teoria alternativa – chamada de hipótese alternativa – em relação a um modelo. Os autores ilustram o processo de determinação de hipóteses a serem testadas com o caso onde deseja-se testar a hipótese de que candidatas, em média, atingem uma nota superior a 600 na seção de leitura de um teste de admissão para universidades. Neste caso, o teste de hipóteses é chamado de um teste de cauda superior ao ser denotado por $H_0: \mu \leq 600$ e $H_1: \mu > 600$, sendo H_0 , a hipótese nula; μ , a média da nota das

candidatas na seção de leitura de um teste de admissão para universidades, e; H_1 , a hipótese alternativa. Neste exemplo, caso avaliem-se os dados deste modelo e conclua-se que as candidatas, em média, atingiram uma nota superior a 600, rejeita-se a hipótese nula e aceita-se a hipótese alternativa.

Para realizar tal avaliação, é necessário que se proceda um teste de significância. Assumindo que as observações de um modelo obedeçam ao Teorema do Limite Central e que, portanto, sigam uma distribuição de probabilidades normal – também chamada de distribuição Gaussiana – de maneira geral, pode-se rejeitar H_0 em favor de H_1 caso a expressão $\frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} > Z$ seja verdadeira, sendo \bar{X} , a média das observações da amostra do modelo; μ_0 , um determinado número com o qual deseja-se comparar a média das observações da amostra do modelo; s , o desvio padrão das observações da amostra do modelo; n , o número de observações da amostra do modelo, e; Z , o ponto crítico – o qual depende do nível de significância estatística desejado e o número de observações da amostra do modelo – dado pela tabela de uma distribuição normal padrão o qual é utilizado para determinar-se se a hipótese nula deve ser rejeitada ou não. (CASELLA E BERGER, 2002)

3 Método

O estudo será realizado tendo como base uma série de premissas anteriormente definidas por autores já consagrados na área. Estas premissas, cuidadosamente selecionadas a fim de validarem-se os resultados obtidos, foram referenciadas através de extensa pesquisa bibliográfica. Neste capítulo, serão definidas diretrizes para condução do experimento em si, de maneira que o mesmo possa ser reproduzido por pesquisadores que possuam interesse no assunto. Serão abordados assuntos como a janela de tempo a ser observada, a carteira teórica a ser utilizada como estudo de caso, o benchmark utilizado para comparação da performance dos

testes, as estratégias de rebalanceamento a serem testadas, como será construído o modelo financeiro para realização dos backtests e quais métodos estatísticos serão utilizados para validação dos resultados obtidos. Ao longo do desenvolvimento do capítulo, também serão sinalizadas as variáveis independente, dependente e de controle, uma estrutura de pesquisa amplamente utilizada em estudos científicos.

3.1 Série Temporal

Para que os resultados do estudo possam ser considerados representativos sob o ponto de vista estatístico, será levantada uma série temporal de retornos mensais de vinte e dois anos contados a partir de janeiro de 1996, permitindo a realização de uma prática chamada de backtesting, a qual consiste no teste de performance de carteiras teóricas utilizando-se de estratégias de investimento pré-determinadas. Sobre a importância da utilização de séries históricas de performance dos investimentos em estudo, Bodie, Kane e Marcus (2000, p. 165) esclarecem que:

“O registro histórico do passado é uma fonte efetiva de informação sobre os prêmios de risco e os desvios-padrão. Podemos fazer uma estimativa do prêmio de risco histórico ao tomar uma média das diferenças passadas entre os retornos do período de manutenção do investimento em uma classe de ativos e a taxa isenta de risco”.

3.2 Carteira Teórica

De modo a conduzirem-se os estudos sobre o rebalanceamento de carteiras de investimento, faz-se necessária a escolha de, ao menos, dois ativos para a composição da carteira teórica – sendo um de maior e outro de menor risco. Além disto, conforme exposto anteriormente, é recomendável a diversificação de uma carteira de investimento com o objetivo

de mitigar-se o risco não sistemático e, até mesmo, elevar a performance desta com a utilização de ativos de baixa correlação. Neste sentido, demonstra-se plausível a utilização de fundos de investimento para a condução deste estudo, pois, além da diversificação promovida por seus gestores, os fundos proporcionam grande liquidez – o que vem a operacionalizar resgates e aportes de recursos para fins de rebalanceamento – e também a segurança de uma gestão profissional. Observando-se estes critérios, para compor a carteira teórica utilizada para condução do estudo, será selecionado um fundo de investimento em renda fixa – possuindo menor nível de risco – e um fundo de investimento em ações – possuindo um maior nível de risco – sendo que ambos deverão possuir histórico de performance mensal de ao menos vinte e dois anos conforme citado no tópico anterior.

Conforme descrito anteriormente, cada investidor possui seu apetite por risco e retorno característicos. No caso da carteira teórica a ser eleita, esta relação poderá ser manipulada através da participação relativa de cada um dos dois fundos. O investidor com maior aversão ao risco, manterá suas posições no fundo de ações em níveis baixos. Já o investidor com maior apetite por risco, deverá concentrar seus recursos justamente no fundo de ações. A diferente distribuição de recursos entre estes dois fundos de investimento em uma carteira, poderão, no entanto, refletir na efetividade e eficiência da prática da estratégia de rebalanceamento. Desta forma, deve-se então realizar simulações para os diferentes perfis de investidor, a fim de verificar-se em quais das situações o rebalanceamento de carteiras demonstra-se como uma estratégia favorável ao investidor. Neste sentido, para este estudo serão conduzidos testes para três diferentes composições de carteiras de acordo com diferentes perfis de investidor, baseadas nas definições de Cavalcante, Misumi e Rudge (2009) já descritas anteriormente. Sejam: a) conservador: concentra noventa por cento de seus recursos no fundo de renda fixa, caracterizando sua preferência por investimentos em ativos seguros. O restante dos recursos é aplicado no fundo de ações, elevando a performance da carteira sem alterar de forma drástica o

perfil de risco da carteira; b) moderado: caracteriza-se por ser um perfil que encontra-se entre o investidor conservador e o agressivo. Desta forma, este alocará sessenta por cento de seus recursos no fundo de renda fixa e o restante no fundo de ações, elevando assim a performance da carteira, bem como seu risco; c) agressivo: este perfil alocará apenas vinte por cento de seu capital no fundo de renda fixa, de forma que os oitenta por cento restantes serão destinados ao fundo de ações, elevando de maneira crítica o retorno e risco relacionados à esta carteira de investimentos.

3.3 Benchmark

Para mensurar-se os efeitos das diferentes estratégias de investimento sobre performance da carteira teórica, é necessário que defina-se um benchmark que sirva como referência à totalidade dos ativos componentes do portfólio. Como já foi exposto anteriormente, o mercado de renda fixa, mais comumente, adota a taxa DI Over como benchmark. Este é também o índice de referência normalmente adotado por fundos de investimento em renda fixa para mensuração de sua performance relativa. Já para o mercado de renda variável, o índice mais amplamente utilizado como benchmark é o Ibov. Este é também o índice normalmente adotado por fundos de investimento em ações para mensuração da performance relativa dos mesmos. Desta forma, para este estudo decidiu-se utilizar como referência de performance, uma média ponderada entre DI Over e Ibov. Cada índice terá como ponderador o percentual alocado para o fundo do qual é referência. Para um melhor entendimento, considere a equação que descreve a metodologia de cálculo do benchmark ponderado, dada por $r_b = r_{bA} w_A + r_{bF} w_F$, seja r_{bA} , o retorno do benchmark do fundo de ações, e; r_{bF} , o retorno do benchmark do fundo de renda fixa.

3.4 Estratégias de Rebalanceamento

Primeiramente, é necessário que se seja feita uma definição precisa quanto à operacionalidade da execução do processo de rebalanceamento que será utilizado neste estudo. Para a definição, considere um portfólio composto por dois fundos de investimento. Desta forma, por rebalanceamento, entenda-se o resgate do saldo correspondente ao percentual que excede a proporção fixada inicialmente para determinado fundo e a aplicação do valor líquido correspondente ao resgate no outro fundo, o qual apresenta uma posição defasada em relação a proporção fixada inicialmente. Tendo-se clara a definição de rebalanceamento, pode-se então esmiunçar as diferentes estratégias de rebalanceamento, as quais diferem-se, basicamente, pelo gatilho que leva a execução do processo. As estratégias apresentam-se a seguir.

3.4.1 Buy and Hold

A estratégia de investimentos denominada buy and hold (BH), de fato, é exatamente a ausência total de uma política de rebalanceamentos. Esta, caracteriza-se pela compra inicial de certa proporção entre determinados ativos, deixando que as posições evoluam de acordo com as movimentações de preço do mercado, sem que o investidor se desfaça de suas posições em nenhum momento. Ela será estudada a fim de determinar-se o real ganho das estratégias de rebalanceamento em relação a não utilização das mesmas. Desta forma, pode-se dizer que o buy and hold será utilizado como um benchmark, ou seja, como base comparativa para a mensuração da eficiência das demais estratégias de investimento, sendo que seus retornos podem ser observados como variável de controle.

3.4.2 Rebalanceamento por Períodos

O rebalanceamento com gatilho de execução dado por determinado período, é aquele que é executado em janelas de tempo pré-determinadas. O período que separa a execução de

um rebalanceamento de outro pode variar de alguns dias a, até mesmo, anos. A escolha desta estratégia de rebalanceamento de carteiras, poderá garantir que a carteira permaneça com o grau de risco adequado ao definido pelo processo de suitability e até mesmo, em alguns casos, permitir que a carteira atinja uma maior rentabilidade. Esta estratégia é também caracterizada por um fácil acompanhamento de seu gatilho, pois o mesmo é definido com base em calendário civil. Por outro lado, esta estratégia poderá, por vezes, mostrar-se ineficiente. Isto pode acontecer em situações onde o gatilho de tempo seja acionado e o distúrbio verificado nas proporções entre os ativos do portfólio não seja suficientemente alto a ponto de causar alterações importantes na relação entre risco e retorno da carteira. Neste caso, o rebalanceamento traria uma correção não significativa ao perfil de risco da carteira e implicaria em custos desnecessários com taxas e impostos, prejudicando a performance do portfólio. Os retornos desta estratégia podem ser considerados como uma variável independente.

3.4.3 Rebalanceamento por Limites

O rebalanceamento com gatilho de execução dado por limites, caracteriza-se por ser executado quando a variação absoluta nas proporções alocadas (Δw) entre os ativos componentes da carteira apresentam distúrbios que ultrapassem um limite percentual previamente estabelecido, para mais ou para menos. Esta estratégia, ao contrário da anterior, permite que o rebalanceamento seja executado no momento exato em que o distúrbio nas proporções entre os ativos da carteira seja elevado a ponto de alterar de forma sensível a relação entre risco e retorno do portfólio. Esta espécie de gatilho permite a correta execução do constant-dollar plan (CDP), estratégia de investimentos ativa já considerada anteriormente. Isto significa que, além de garantir que o risco da carteira permaneça compatível com o verificado ao início do investimento, o portfólio irá auferir ganhos potencialmente superiores com a execução do constant-dollar plan e também com a economia em taxas e impostos que seriam

gerados por rebalanceamentos executados em momentos onde não seriam necessários. Por outro lado, apesar de ainda ser relativamente simples, a estratégia demonstra uma complexidade ligeiramente superior em relação à estratégia anterior em termos de acompanhamento do gatilho. Faz-se necessário que o investidor acompanhe de perto seu portfólio a fim de mensurar os distúrbios nos pesos de cada ativo que compõe sua carteira de investimentos. Os retornos desta estratégia também podem ser considerados como uma variável independente.

3.5 Modelo Financeiro

Com a finalidade de colocar-se em teste todos os conceitos definidos anteriormente e, ao mesmo tempo, verificar suas implicações, será desenvolvido um modelo financeiro em planilha eletrônica Microsoft Excel 2016, com auxílio da linguagem de programação Visual Basic for Applications versão 7.1, a qual seja capaz de reproduzir tais conceitos. O modelo financeiro deverá operacionalizar os backtests de acordo com a seguinte sequência: a) serão realizados aportes iniciais nos dois fundos de investimento escolhidos em proporções que variam de acordo com o perfil do investidor sendo avaliado; b) através de resgates do fundo de investimento com alocação superior à proporção inicial e posterior aporte no fundo de investimento com alocação inferior à proporção inicial, será realizado o rebalanceamento entre os fundos de investimento sempre que o gatilho de uma estratégia for disparado; c) no caso da estratégia Buy and Hold, será realizado apenas um resgate ao final do período avaliado em função da estratégia não requerer rebalanceamento; d) cada novo aporte em um fundo de investimento é tratado como um novo investimento – ou operação – para fins tributários; e) os resgates serão realizados primeiramente nas operações as quais gerem a menor despesa com tributos, seguindo em direção as que geram maior despesa até que o valor a ser resgatado seja atingido; f) no último dia dos meses de maio e novembro são debitadas as antecipações

tributárias referente ao chamado come-cotas, sendo realizado o ajuste da alíquota de Imposto de Renda efetiva no resgate de cada operação.

Este modelo irá avaliar, como variável dependente, o retorno anualizado da carteira para cada estratégia de rebalanceamento e respectivo gatilho de forma a possibilitar o cumprimento do objetivo principal deste estudo. De forma complementar e informativa, serão observados indicadores de retorno – compreendendo o retorno relativo, além do já citado retorno anualizado –, risco – compreendendo o desvio padrão, o drawdown médio e máximo e a taxa de sucesso –, retorno ajustado ao risco – compreendendo o índice de Sharpe – e aderência ao benchmark – compreendendo o tracking error.

3.6 Validação Cruzada

De maneira a evitar erros de modelagem decorridos da mineração de dados, tais como o overfitting, será utilizado um método estatístico chamado de validação cruzada, conforme referenciado anteriormente. Para este estudo, as amostras de 22 anos de retornos dos dois fundos de investimento serão particionadas em duas subamostras para cada fundo de investimento, sendo estas chamadas de amostra de treinamento e amostra de validação. A amostra de treinamento compreenderá os dois primeiros anos da série temporal e será utilizada para a otimização dos retornos da carteira – ou seja, a otimização da variável dependente – de acordo com a estratégia de rebalanceamento – ou seja, de acordo com a variável independente – a ser testada. Já a amostra de validação, compreenderá os seguintes 20 anos da série temporal e será utilizada para que sejam testadas as melhores estratégias de rebalanceamento verificadas na etapa anterior e, também, para que se avalie se o ganho dos retornos de uma estratégia de rebalanceamento em relação à estratégia Buy and Hold obtidos na primeira etapa são reproduzidos ou, até mesmo, melhorados na segunda etapa.

3.7 Teste de Hipóteses

Serão realizados dois testes de hipótese para que se ateste a validade dos resultados deste estudo. O primeiro deles, o qual será chamado de Teste de Hipóteses A, refere-se ao procedimento de validação cruzada, onde deseja-se avaliar se o modelo sofre do chamado overfitting, reduzindo sua capacidade de predição. Para tanto, conforme descrito no tópico anterior, deve-se avaliar se o ganho retornos de determinada estratégia de rebalanceamento em relação aos da estratégia Buy and Hold – relação dada por $G = \frac{R_r}{R_{bh}} - 1$, onde G , representa o ganho da estratégia de rebalanceamento em relação à estratégia Buy and Hold; R_r , os retornos de uma estratégia de rebalanceamento, e; R_{bh} , os retornos da estratégia Buy and Hold – verificados na amostra de validação são iguais ou superiores aos da amostra de treinamento. Desta forma, pode-se definir a hipótese nula como a hipótese de que o overfitting é ausente no modelo avaliado, matematicamente expressa por $H_0: G_V \geq G_T$, onde G_V , representa os ganhos da estratégia de rebalanceamento em relação à estratégia Buy and Hold na amostra de validação, e; G_T , os ganhos da estratégia de rebalanceamento em relação à estratégia Buy and Hold na amostra de treinamento. Neste caso, a hipótese alternativa pode ser descrita como a hipótese de que o overfitting está presente no modelo avaliado, a qual é dada pela expressão $H_1: G_V < G_T$. O teste será avaliado em um nível de significância estatística de 99% na cauda inferior, possuindo, assim, um valor crítico de $Z = -2,33$.

O segundo teste de hipóteses, o qual será chamado de Teste de Hipóteses B, tem como objetivo avaliar a significância estatística da superioridade dos retornos de uma estratégia de rebalanceamento em relação ao Buy and Hold na amostra de validação. Desta forma, pode-se definir a hipótese nula do segundo teste como a hipótese de que os retornos da estratégia de rebalanceamento avaliada na amostra de validação são significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold, sendo expressa na forma $H_0: R_r > R_{bh}$. Neste caso, a hipótese

alternativa pode ser descrita como a hipótese de que os retornos da estratégia de rebalanceamento não são significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold, podendo ser expressa na forma $H_1: R_r \leq R_{bh}$. O teste será avaliado em um nível de significância estatística de 99% na cauda superior, possuindo, assim, um valor crítico de $Z = 2,33$.

4 Análise dos Dados

4.1 Carteira Teórica

Observando-se os critérios descritos anteriormente, foram selecionados dois fundos de investimento os quais irão compor a carteira teórica. Um deles, o BB Renda Fixa LP 30 Mil Fundo de Investimento em Cotas de Fundos de Investimento – ou simplesmente BB RF LP 30 Mil FIC de FI –, trata-se de um fundo de renda fixa, contendo exclusivamente ativos de renda fixa ou cotas de fundos de renda fixa, e o outro, o Bradesco H Fundo de Investimento em Ações Ibovespa – ou simplesmente Bradesco H FIA Ibovespa –, trata-se de um fundo de ações, contendo exclusivamente ativos de renda variável – ações e derivativos. O fato de que tenham sido escolhidos apenas dois fundos de investimento, permitiu uma simplificação da construção do modelo financeiro e sua análise, ao mesmo tempo em que foram respeitados os critérios de escolha dos fundos e o princípio da diversificação.

4.1.1.1 BB RF LP 30 Mil FIC de FI

O fundo foi constituído sob o CNPJ 00.766.542/0001-70 e teve o início de suas atividades em 23/08/1995. O BB Gestão de Recurso Distribuidora de Títulos e Valores Imobiliários S.A. (30.822.936/0001-69) é o responsável pela administração e gestão do fundo. O Banco do Brasil S.A. (00.000.000/0001-91) é o responsável pela distribuição e custódia do

fundo. A auditoria é realizada pela KPMG Auditores Independentes S.A. (57.755.217/0001-29). Trata-se de um fundo de renda fixa, o qual, de acordo com sua política de investimento, está autorizado a investir em cotas de outros fundos de renda fixa, títulos públicos federais, títulos de renda fixa emitidos por instituições financeiras e operações compromissadas. Como benchmark de performance do fundo, o administrador utiliza-se da taxa DI Over. O fundo opera com uma taxa de administração atualmente fixada em um por cento ao ano, com um aporte mínimo inicial de R\$ 30.000,00. Não são aplicadas taxas de performance, ingresso e nem resgate. O prazo para aportes e resgates é de D+0. A tributação aplicada é a mesma utilizada para ativos de renda fixa, ou seja, é dada de acordo com a tabela decrescente do Imposto de Renda, com incidência de Imposto sobre Operações Financeiras para resgates com prazo inferior a trinta dias desde a aplicação. Por se tratar de fundo de investimento em renda fixa, a antecipação da menor faixa do Imposto de Renda é realizada ao final dos meses de maio e novembro através do come-cotas.

4.1.1.2 Bradesco H FIA Ibovespa

O fundo foi constituído sob o CNPJ 42.469.023/0001-90 e teve o início de suas atividades em 28/01/1994. O Banco Bradesco S.A. (60.746.948/0001-12) é o responsável pela administração, distribuição e custódia do fundo. A Bradesco Asset Management S.A. Distribuidora de Títulos e Valores Mobiliários (62.375.134/0001-44) é a responsável pela gestão do fundo. A auditoria é realizada pela Ernst & Young Auditores Independentes (61.366.936/0001-25). Trata-se de um fundo de ações, o qual, de acordo com sua política de investimento, procura concentrar seu patrimônio líquido em ações negociadas em mercado organizado, cotas de fundos de ações e fundos de índice. Também poderá investir, em proporções sensivelmente inferiores, em títulos públicos federais, títulos de renda fixa emitidos por instituições financeiras, operações compromissadas e ações ou fundos de ações no mercado

exterior. Como benchmark de performance do fundo, o administrador utiliza-se do Ibov. O fundo opera com uma taxa de administração atualmente fixada em dois e meio por cento ao ano, com um aporte mínimo inicial de R\$ 500,00. Não são aplicadas taxas de performance, ingresso e nem resgate. O prazo para aportes é de D+1 e para resgates de D+5. A tributação aplicada ao fundo resume-se à uma alíquota de 15% referente ao Imposto de Renda sobre a rentabilidade no ato do resgate, independentemente do prazo decorrido desde a aplicação. Por se tratar de um fundo de ações, este não está sujeito à cobrança de Imposto sobre Operações Financeiras e nem antecipação do Imposto de Renda através do come-cotas.

4.2 Análise dos Resultados

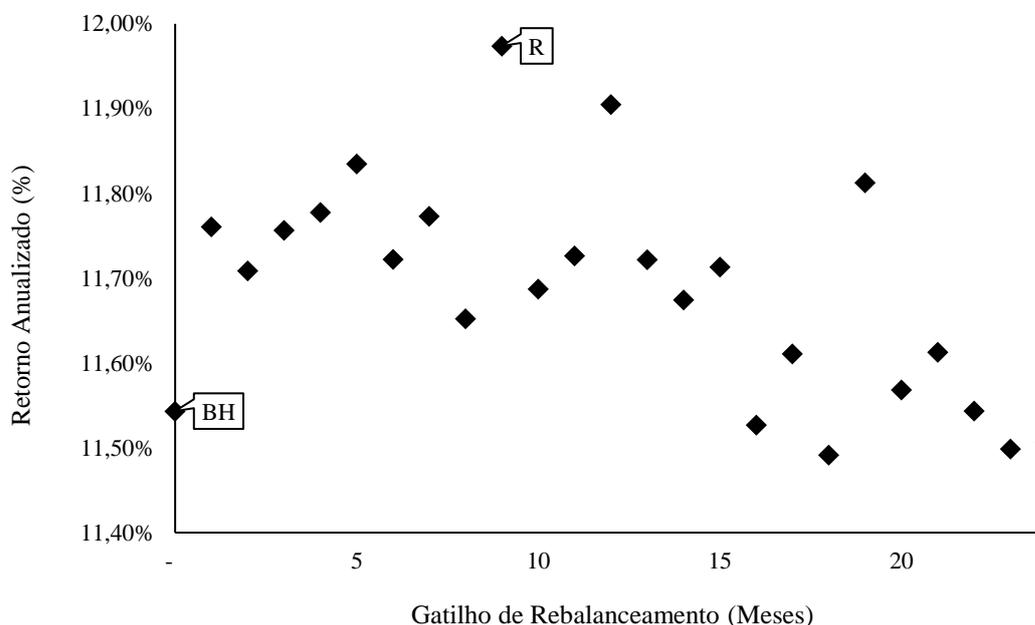
Através do modelo financeiro descrito anteriormente, foi possível a execução de diversos backtests das estratégias de investimento mencionadas para cada perfil de investidor na carteira teórica adotada. Todos os cálculos foram realizados com tanta precisão quanto possibilitado pelas atuais unidades processadoras de ponto flutuante. Porém, todos números foram arredondados para duas casas decimais de forma a facilitar a visualização dos resultados a seguir.

4.2.1 Rebalanceamento por Períodos

Foram realizados testes com gatilhos entre um e vinte e quatro meses (número total de meses da amostra de treinamento) para cada perfil de investidor. A seguir, serão escolhidas as estratégias de rebalanceamento com os maiores retornos anualizados e, na sequência, serão conduzidos os Testes de Hipóteses A e B de forma avaliar a presença de overfitting nos backtests destas estratégias, bem como a significância estatística de sua superioridade em relação à estratégia Buy and Hold.

4.2.1.1 Portfólio Conservador

Gráfico 5 – Rebalanceamento por períodos em um portfólio conservador na amostra de validação



Fonte: Dados da pesquisa.

No gráfico acima, a estratégia representada pelo ponto R, utilizando como gatilho de rebalanceamento o período de nove meses, representa o maior retorno anualizado dentre os gatilhos analisados para esta estratégia em um portfólio conservador sendo, portanto, a estratégia escolhida para avaliação. Esta estratégia resultou em um retorno anualizado de 11,97% e um desvio padrão de 1,05%, frente ao retorno anualizado de 11,54% apresentado pela estratégia Buy and Hold, no ponto BH, para o mesmo portfólio. Quando avaliada na amostra de treinamento, a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses resultou em um retorno anualizado de 24,31%, frente aos 23,43% apresentados pela estratégia Buy and Hold.

De posse destes dados, é possível afirmar que $G_V = \left(\frac{11,97\%}{11,54\%} - 1\right) = 3,73\%$ e que $G_T = \left(\frac{24,31\%}{23,43\%} - 1\right) = 3,74\%$. Assim sendo, o Teste de Hipóteses A pode ser avaliado neste caso

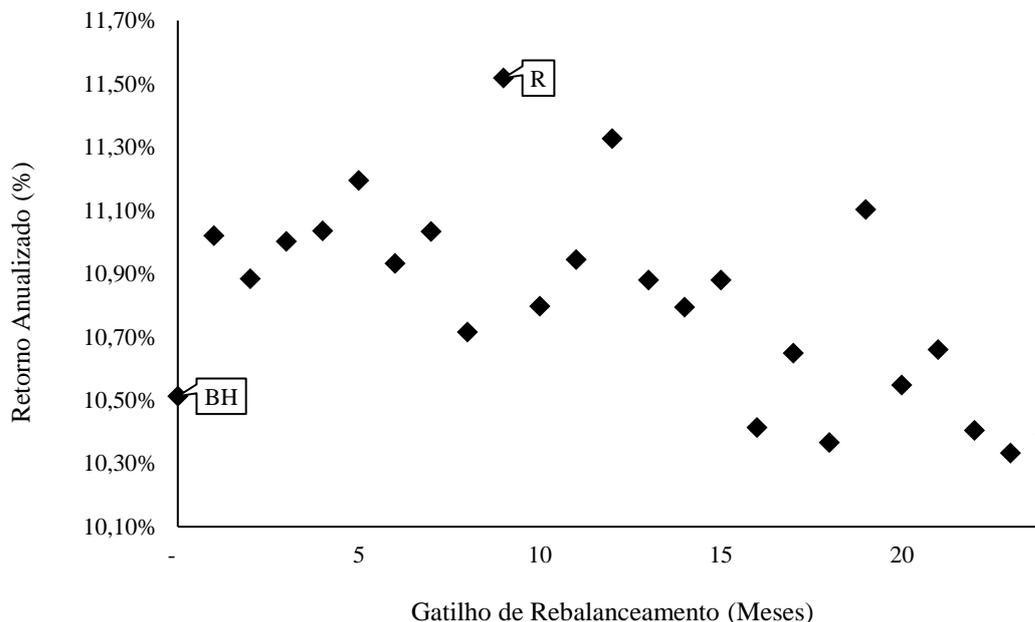
através da expressão $\frac{3,73\% - 3,74\%}{1,05\% / \sqrt{240}} = -0,21 \geq -2,33$, a qual verifica-se verdadeira. Desta forma,

a hipótese nula do Teste de Hipóteses A para a estratégia de rebalanceamento por períodos de

nove meses não pode ser rejeitada, concluindo-se que o backtest desta estratégia não sofre de overfitting. Já o Teste de Hipóteses B, pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{11,97\% - 11,54\%}{1,05\% / \sqrt{240}} = 6,33 > 2,33$, a qual verifica-se verdadeira. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses B para a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses não pode ser rejeitada, concluindo-se que os retornos da estratégia são significativamente superiores aos do Buy and Hold. Assim, pode-se concluir que a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses apresenta retornos significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold em um portfólio conservador e que o modelo utilizado para avaliar esta hipótese não sofre de overfitting.

4.2.1.2 Portfólio Moderado

Gráfico 6 – Rebalanceamento por períodos em um portfólio moderado na amostra de validação



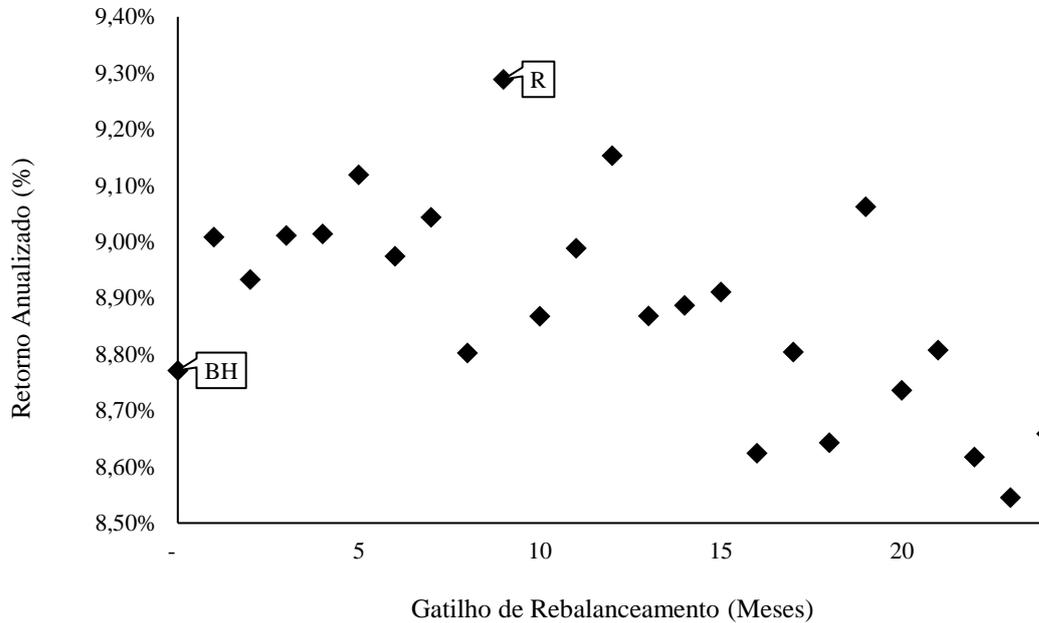
Fonte: Dados da pesquisa.

No gráfico acima, a estratégia representada pelo ponto R, utilizando como gatilho de rebalanceamento o período de nove meses, representa o maior retorno anualizado dentre os

gatilhos analisados para esta estratégia em um portfólio moderado sendo, portanto, a estratégia escolhida para avaliação. Esta estratégia resultou em um retorno anualizado de 11,52% e um desvio padrão de 3,32%, frente ao retorno anualizado de 10,51% apresentado pela estratégia Buy and Hold, no ponto BH, para o mesmo portfólio. Quando avaliada na amostra de treinamento, a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses resultou em um retorno anualizado de 32,99%, frente aos 30,53% apresentados pela estratégia Buy and Hold. De posse destes dados, é possível afirmar que $G_V = \left(\frac{11,52\%}{10,51\%} - 1\right) = 9,56\%$ e que $G_T = \left(\frac{32,99\%}{30,53\%} - 1\right) = 8,09\%$. Assim sendo, o Teste de Hipóteses A pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{9,56\% - 8,09\%}{3,32\% / \sqrt{240}} = 6,89 \geq -2,33$, a qual verifica-se verdadeira. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses A para a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses não pode ser rejeitada, concluindo-se que o backtest desta estratégia não sofre de overfitting. Já o Teste de Hipóteses B, pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{11,52\% - 10,51\%}{3,32\% / \sqrt{240}} = 4,69 > 2,33$, a qual verifica-se verdadeira. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses B para a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses não pode ser rejeitada, concluindo-se que os retornos da estratégia são significativamente superiores aos do Buy and Hold. Assim, pode-se concluir que a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses apresenta retornos significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold em um portfólio moderado e que o modelo utilizado para avaliar esta hipótese não sofre de overfitting.

4.2.1.3 Portfólio Agressivo

Gráfico 7 – Rebalanceamento por períodos em um portfólio agressivo na amostra de validação



Fonte: Dados da pesquisa.

No gráfico acima, a estratégia representada pelo ponto R, utilizando como gatilho de rebalanceamento o período de nove meses, representa o maior retorno anualizado dentre os gatilhos analisados para esta estratégia em um portfólio agressivo sendo, portanto, a estratégia escolhida para avaliação. Esta estratégia resultou em um retorno anualizado de 9,29% e um desvio padrão de 6,51%, frente ao retorno anualizado de 8,77% apresentado pela estratégia Buy and Hold, no ponto BH, para o mesmo portfólio. Quando avaliada na amostra de treinamento, a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses resultou em um retorno anualizado de 41,21%, frente aos 39,42% apresentados pela estratégia Buy and Hold. De posse destes dados, é possível afirmar que $G_V = \left(\frac{9,29\%}{8,77\%} - 1\right) = 5,90\%$ e que $G_T = \left(\frac{41,21\%}{39,42\%} - 1\right) = 4,54\%$.

Assim sendo, o Teste de Hipóteses A pode ser avaliado neste caso através da expressão

$$\frac{5,90\% - 4,54\%}{6,51\% / \sqrt{240}} = 3,54 \geq -2,33, \text{ a qual verifica-se verdadeira. Desta forma, a hipótese nula do}$$

Teste de Hipóteses A para a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses não pode ser rejeitada, concluindo-se que o backtest desta estratégia não sofre de overfitting. Já o Teste de Hipóteses B, pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{9,29\% - 8,77\%}{6,51\% / \sqrt{240}} = 1,23 > 2,33$, a qual verifica-se falsa. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses B para a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses deve ser rejeitada, concluindo-se que os retornos da estratégia não são significativamente superiores aos do Buy and Hold. Assim, pode-se concluir que a estratégia de rebalanceamento por períodos de nove meses não apresenta retornos significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold em um portfólio agressivo – ou seja, embora a estratégia apresente retornos superiores, não é possível afirmar, no nível de significância avaliado, que os resultados não se tratam de mero ruído estatístico –, apesar de o modelo utilizado para avaliar esta hipótese não sofrer de overfitting.

A mesma avaliação foi procedida nas demais estratégias de rebalanceamento por períodos avaliadas na amostra de validação em um portfólio agressivo, conforme demonstrado no gráfico 7. Em nenhuma das estratégias restantes foi possível aceitar a hipótese nula do teste de hipóteses A e, em alguns casos, também não foi possível aceitar a hipótese nula do teste de hipóteses B. Desta forma, pode-se concluir que nenhuma das estratégias de rebalanceamento por períodos apresenta retornos significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold em um portfólio agressivo e, simultaneamente, a ausência de overfitting.

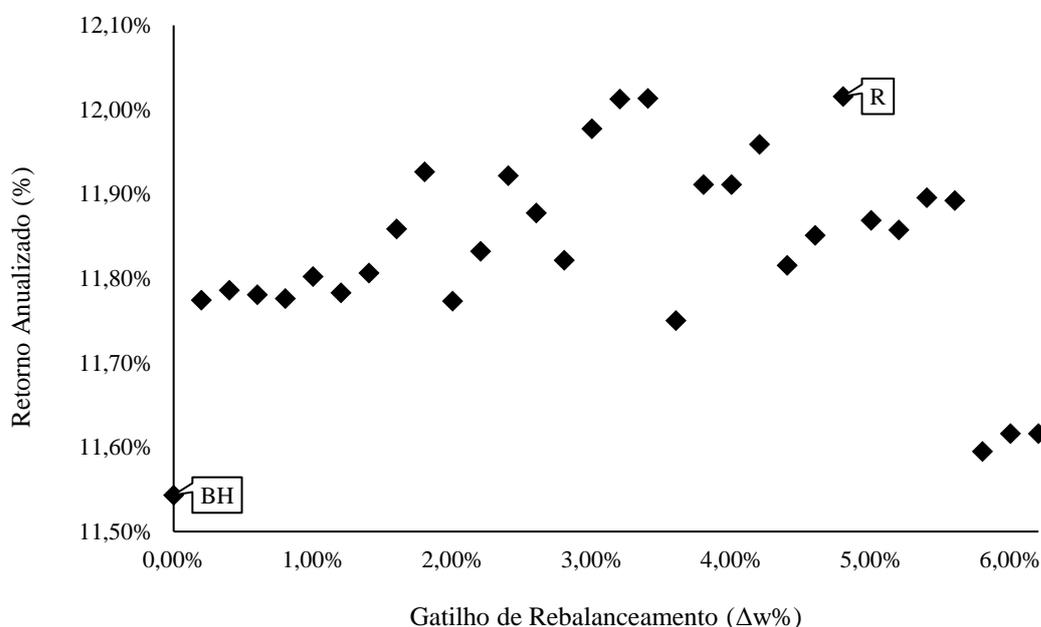
4.2.2 Rebalanceamento por Limites

Para esta estratégia, foram realizados testes com gatilhos de rebalanceamento para distúrbios nas proporções entre os fundos de investimento (Δw) entre em 0,20% até 20,00%, com passos de 0,20%. Na estratégia Buy and Hold, os distúrbios nas proporções entre os fundos de investimento não ultrapassaram vinte por cento. Os gatilhos os quais não provocaram o

acionamento do o processo de rebalanceamento foram excluídos dos resultados. A seguir, serão escolhidas as estratégias de rebalanceamento com os maiores retornos anualizados e, na sequência, serão conduzidos os Testes de Hipóteses A e B de forma avaliar a presença de overfitting nos backtests destas estratégias, bem como a significância estatística de sua superioridade em relação à estratégia Buy and Hold.

4.2.2.1 Portfólio Conservador

Gráfico 8 – Rebalanceamento por limites em um portfólio conservador na amostra de validação



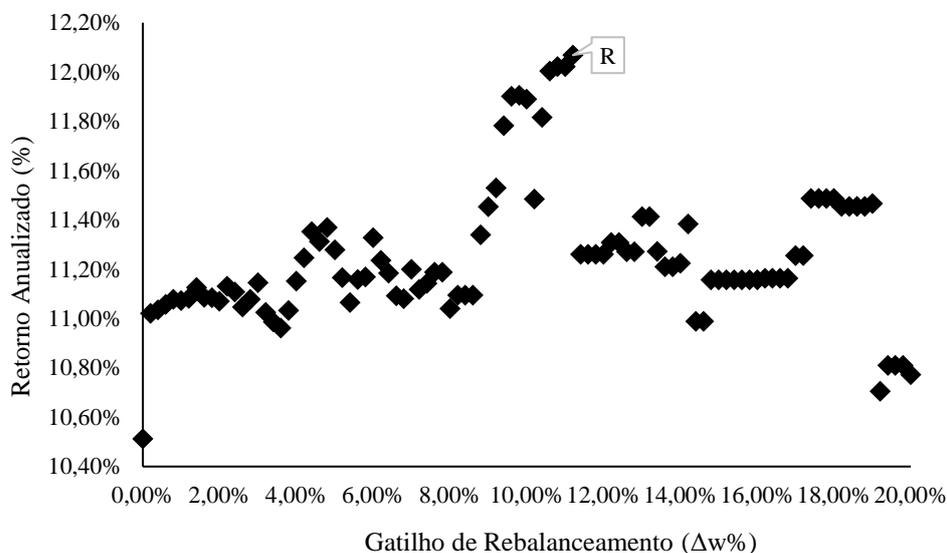
Fonte: Dados da pesquisa.

No gráfico acima, a estratégia representada pelo ponto R, utilizando como gatilho de rebalanceamento o distúrbio nas proporções entre os fundos de investimento para além de 4,80%, representa o maior retorno anualizado dentre os gatilhos analisados para esta estratégia em um portfólio conservador sendo, portanto, a estratégia escolhida para avaliação. Esta estratégia resultou em um retorno anualizado de 12,02% e um desvio padrão de 0,96%, frente ao retorno anualizado de 11,54% apresentado pela estratégia Buy and Hold, no ponto BH, para o mesmo portfólio. Quando avaliada na amostra de treinamento, a estratégia de

rebalanceamento por limites de 4,80% resultou em um retorno anualizado de 24,20%, frente aos 23,43% apresentados pela estratégia Buy and Hold. De posse destes dados, é possível afirmar que $G_V = \left(\frac{12,02\%}{11,54\%} - 1\right) = 4,09\%$ e que $G_T = \left(\frac{24,20\%}{23,43\%} - 1\right) = 3,27\%$. Assim sendo, o Teste de Hipóteses A pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{4,09\% - 3,27\%}{0,96\% / \sqrt{240}} = 13,40 \geq -2,33$, a qual verifica-se verdadeira. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses A para a estratégia de rebalanceamento por limite de 4,80% por cento não pode ser rejeitada, concluindo-se que o backtest desta estratégia não sofre de overfitting. Já o Teste de Hipóteses B, pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{12,02\% - 11,54\%}{0,96\% / \sqrt{240}} = 7,67 > 2,33$, a qual verifica-se verdadeira. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses B para a estratégia de rebalanceamento por limites de 4,80% não pode ser rejeitada, concluindo-se que os retornos da estratégia são significativamente superiores aos do Buy and Hold. Assim, pode-se concluir que a estratégia de rebalanceamento por limites de 4,80% apresenta retornos significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold em um portfólio conservador e que o modelo utilizado para avaliar esta hipótese não sofre de overfitting.

4.2.2.2 Portfólio Moderado

Gráfico 9 – Rebalanceamento por limites em um portfólio moderado na amostra de validação



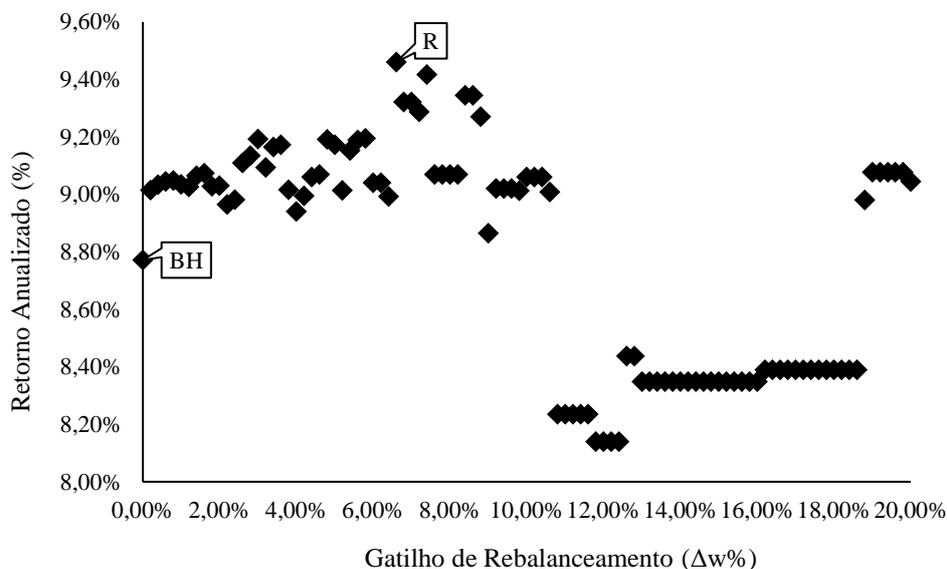
Fonte: Dados da pesquisa.

No gráfico acima, a estratégia representada pelo ponto R, utilizando como gatilho de rebalanceamento o distúrbio nas proporções entre os fundos de investimento para além de 11,20%, representa o maior retorno anualizado dentre os gatilhos analisados para esta estratégia em um portfólio moderado sendo, portanto, a estratégia escolhida para avaliação. Esta estratégia resultou em um retorno anualizado de 12,07% e um desvio padrão de 3,30%, frente ao retorno anualizado de 10,51% apresentado pela estratégia Buy and Hold, no ponto BH, para o mesmo portfólio. Quando avaliada na amostra de treinamento, a estratégia de rebalanceamento por limites de onze virgula dois por cento resultou em um retorno anualizado de 32,57%, frente aos 30,53% apresentados pela estratégia Buy and Hold. De posse destes dados, é possível afirmar que $G_V = \left(\frac{12,07\%}{10,51\%} - 1\right) = 14,80\%$ e que $G_T = \left(\frac{32,57\%}{30,53\%} - 1\right) = 6,70\%$. Assim sendo, o Teste de Hipóteses A pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{14,80\% - 6,70\%}{3,30\% / \sqrt{240}} = 38,06 \geq -2,33$, a qual verifica-se verdadeira. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses A para a estratégia de rebalanceamento por limites de 11,20% não pode ser rejeitada, concluindo-se

que o backtest desta estratégia não sofre de overfitting. Já o Teste de Hipóteses B, pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{12,07\% - 10,51\%}{3,30\% / \sqrt{240}} = 7,31 > 2,33$, a qual verifica-se verdadeira. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses B para a estratégia de rebalanceamento por limites de 11,20% não pode ser rejeitada, concluindo-se que os retornos da estratégia são significativamente superiores aos do Buy and Hold. Assim, pode-se concluir que a estratégia de rebalanceamento por limites de 11,20% apresenta retornos significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold em um portfólio moderado e que o modelo utilizado para avaliar esta hipótese não sofre de overfitting.

4.2.2.3 Portfólio Agressivo

Gráfico 10 – Rebalanceamento por limites em um portfólio agressivo na amostra de validação



Fonte: Dados da pesquisa.

No gráfico acima, a estratégia representada pelo ponto R, utilizando como gatilho de rebalanceamento o distúrbio nas proporções entre os fundos de investimento para além de 6,60%, representa o maior retorno anualizado dentre os gatilhos analisados para esta estratégia em um portfólio agressivo sendo, portanto, a estratégia escolhida para avaliação. Esta estratégia

resultou em um retorno anualizado de 9,46% e um desvio padrão de 6,52%, frente ao retorno anualizado de 8,77% apresentado pela estratégia Buy and Hold, no ponto BH, para o mesmo portfólio. Quando avaliada na amostra de treinamento, a estratégia de rebalanceamento por limites de 6,60% resultou em um retorno anualizado de 40,81%, frente aos 39,42% apresentados pela estratégia Buy and Hold. De posse destes dados, é possível afirmar que $G_V = \left(\frac{9,46\%}{8,77\%} - 1\right) = 7,85\%$ e que $G_T = \left(\frac{40,81\%}{39,42\%} - 1\right) = 3,51\%$. Assim sendo, o Teste de Hipóteses A pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{7,85\% - 3,51\%}{6,52\%/\sqrt{240}} = 10,33 \geq -2,33$, a qual verifica-se verdadeira. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses A para a estratégia de rebalanceamento por limites de 6,60% não pode ser rejeitada, concluindo-se que o backtest desta estratégia não sofre de overfitting. Já o Teste de Hipóteses B, pode ser avaliado neste caso através da expressão $\frac{9,46\% - 8,77\%}{6,52\%/\sqrt{240}} = 1,64 > 2,33$, a qual verifica-se falsa. Desta forma, a hipótese nula do Teste de Hipóteses B para a estratégia de rebalanceamento por limites de 6,60% deve ser rejeitada, concluindo-se que os retornos da estratégia não são significativamente superiores aos do Buy and Hold. Assim, pode-se concluir que a estratégia de rebalanceamento por limites de 6,60% não apresenta retornos significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold em um portfólio agressivo – ou seja, embora a estratégia apresente retornos superiores, não é possível afirmar, no nível de significância avaliado, que os resultados não se tratam de mero ruído estatístico –, apesar de o modelo utilizado para avaliar esta hipótese não sofrer de overfitting.

A mesma avaliação foi procedida nas demais estratégias de rebalanceamento por limites avaliadas na amostra de validação em um portfólio agressivo, conforme demonstrado no gráfico 10. Em nenhuma das estratégias restantes foi possível aceitar a hipótese nula do teste de hipóteses A e, em alguns casos, também não foi possível aceitar a hipótese nula do teste de hipóteses B. Desta forma, pode-se concluir que nenhuma das estratégias de rebalanceamento

por limites apresenta retornos significativamente superiores aos da estratégia Buy and Hold em um portfólio agressivo e, simultaneamente, a ausência de overfitting.

4.3 Comparativo de Estratégias

De posse dos resultados gerados pela estratégia buy and hold e pelas estratégias de rebalanceamento as quais não foi possível rejeitar a hipótese nula dos Testes de Hipóteses A e B nos diferentes portfólios avaliados, pode-se então realizar um comparativo entre a primeira estratégia e as demais.

4.3.1 Portfólio Conservador

Tabela 1 – Comparativo entre estratégias de investimento em um portfólio conservador

| Indicadores | Buy and Hold | Rebalanceamento por Períodos (9 Meses) | Rebalanceamento por Limites ($\Delta w = 4,80\%$) |
|--------------------|--------------|---|--|
| Retorno Anualizado | 11,54% | 11,97% | 12,02% |
| Retorno Relativo | 55,48% | 59,92% | 60,37% |
| Desvio Padrão | 0,89% | 1,05% | 0,96% |
| Drawdown Máximo | -2,64% | -3,12% | -2,64% |
| Drawdown Médio | -0,62% | -0,71% | -0,56% |
| Taxa de Sucesso | 8,23 | 7,00 | 7,89 |
| Índice de Sharpe | 12,95 | 11,36 | 12,58 |
| Tracking Error | 0,53% | 0,50% | 0,50% |

Fonte: Dados da pesquisa.

Observando-se os dados na tabela 1, é possível verificar que, em um portfólio conservador, a estratégia de rebalanceamento dada por períodos de 9 meses mostrou-se superior à estratégia Buy and Hold nos indicadores de retorno e no indicador de aderência ao benchmark

– Retorno Anualizado, Retorno Relativo e Tracking Error – apesar de apresentar uma piora nos indicadores de risco e retorno ajustado ao risco – Desvio Padrão, Drawdown Máximo e Médio, Taxa de Sucesso e Índice de Sharpe. Já a estratégia de rebalanceamento por limites de 4,80%, quando comparada à estratégia de rebalanceamento por períodos de 9 meses em um portfólio moderado, apresentou melhoria em todos os indicadores, com exceção do indicador de aderência ao benchmark – Tracking Error –, onde demonstrou o mesmo resultado. Esta mesma estratégia de rebalanceamento por limites, quando comparada ao Buy and Hold, apresentou melhorias nos indicadores de retorno, em um dos indicadores de risco e no indicador de aderência ao benchmark – Retorno Anualizado, Retorno Relativo, Drawdown Médio e Tracking Error – enquanto demonstrou piora em parte dos indicadores de risco e retorno ajustado ao risco – Desvio Padrão, Taxa de Sucesso e Índice de Sharpe – e resultado inalterado em um dos indicadores de risco – Drawdown Máximo.

4.3.2 Portfólio Moderado

Tabela 2 – Comparativo entre estratégias de investimento em um portfólio moderado

| Indicadores | Buy and Hold | Rebalanceamento por Períodos (9 Meses) | Rebalanceamento por Limites ($\Delta w = 11,20\%$) |
|--------------------|--------------|--|--|
| Retorno Anualizado | 10,51% | 11,52% | 12,07% |
| Retorno Relativo | 51,10% | 61,25% | 67,59% |
| Desvio Padrão | 2,77% | 3,32% | 3,30% |
| Drawdown Máximo | -20,28% | -17,89% | -17,17% |
| Drawdown Médio | -3,89% | -3,99% | -3,91% |
| Taxa de Sucesso | 1,73 | 1,53 | 1,45 |
| Índice de Sharpe | 3,79 | 3,47 | 3,66 |

| | | | |
|----------------|-------|-------|-------|
| Tracking Error | 0,91% | 0,63% | 0,63% |
|----------------|-------|-------|-------|

Fonte: Dados da pesquisa.

Observando-se os dados na tabela 2, é possível verificar que, em um portfólio conservador, a estratégia de rebalanceamento dada por períodos de 9 meses mostrou-se superior à estratégia Buy and Hold nos indicadores de retorno, em um dos indicadores de risco e no indicador de aderência ao benchmark – Retorno Anualizado, Retorno Relativo, Drawdown Máximo e Tracking Error – apesar de apresentar uma piora no restante dos indicadores de risco e retorno ajustado ao risco – Desvio Padrão, Drawdown Médio, Taxa de Sucesso e Índice de Sharpe. Já a estratégia de rebalanceamento por limites de 11,20%, quando comparada à estratégia de rebalanceamento por períodos de 9 meses em um portfólio moderado, apresentou melhoria em todos os indicadores, com exceção de um indicador de risco e do indicador de aderência ao benchmark – Taxa de Sucesso e Tracking Error –, demonstrando resultados piores e inalterados, respectivamente. Esta mesma estratégia de rebalanceamento por limites, quando comparada ao Buy and Hold em um portfólio moderado, apresentou melhorias nos indicadores de retorno, em um dos indicadores de risco e no indicador de aderência ao benchmark – Retorno Anualizado, Retorno Relativo, Drawdown Máximo e Tracking Error – enquanto demonstrou piora em parte dos indicadores de risco e retorno ajustado ao risco – Desvio Padrão, Drawdown Médio, Taxa de Sucesso e Índice de Sharpe.

4.3.3 Portfólio Agressivo

Tendo em vista que não foi possível aceitar a hipótese nula de ambos os testes de hipóteses em nenhuma das estratégias de rebalanceamento analisadas em um portfólio agressivo, não foi possível realizar a comparação de estratégias para este portfólio.

5 Conclusões e Propostas

No presente estudo, foi proposta a construção de um modelo financeiro capaz de, através da realização da realização de backtests, maximizar-se os retornos de uma carteira teórica de investimentos através da utilização de estratégias de rebalanceamento de carteiras. Conforme demonstrado nos capítulos anteriores, tal modelo foi construído com sucesso e, para a realização dos testes, foi definida uma carteira teórica de investimentos, três diferentes perfis de investidor e propostas três diferentes estratégias de investimento – das quais duas promovem o rebalanceamento de carteiras.

Através da análise minuciosa dos dados gerados pelo modelo financeiro construído, é possível que se chegue às seguintes conclusões: a) as estratégias de rebalanceamento apresentadas nos comparativos do tópico 4.3 proporcionaram resultados superiores nos indicadores de retorno – incluindo a variável dependente – e aderência ao benchmark em relação à estratégia buy and hold para os perfis de investimento conservador e moderado. Estas mesmas estratégias de rebalanceamento nestes mesmos portfólios apresentaram, em geral, uma piora nos indicadores de risco e retorno ajustado ao risco, com exceções pontuais; b) dentre as estratégias de rebalanceamento avaliadas nos portfólios conservador e moderado, verificou-se que as estratégias de rebalanceamento por limites apresentam superioridade em relação às estratégias de rebalanceamento por períodos nos indicadores de retorno – incluindo a variável dependente –, na maior parte dos indicadores de risco e no indicador de retorno ajustado ao risco, com exceção do indicador de aderência ao benchmark, onde ambas estratégias apresentaram resultados iguais; c) apesar de terem sido verificadas melhorias nos retornos – a variável dependente – das estratégias de rebalanceamento em relação à estratégia Buy and Hold quando avaliadas um portfólio agressivo, não foi possível afirmar, no nível de significância estatística avaliado, que os retornos destas estratégias foram, de fato, superiores aos da estratégia Buy and Hold devido à alta volatilidade da carteira. Em outras palavras, por

apresentar uma distribuição de retornos com maior variabilidade, quando comparados com os das outras carteiras analisadas, existe a possibilidade de que a melhoria apresentada nestes retornos seja mero acaso.

De posse das conclusões deste estudo, podem-se citar algumas propostas para que as técnicas de rebalanceamento as quais apresentaram um aprimoramento nos retornos sejam implantadas nas instituições às quais tenham interesse, respeitando-se os perfis de investimento e categorias de fundos avaliados: a) no caso de instituições especializadas na administração de fundos de investimento, a implantação poderia ocorrer através da criação de um fundo de fundos, o qual deveria investir seus recursos em outros fundos de renda fixa e ações da própria instituição utilizando-se das técnicas de rebalanceamento descritas neste estudo; b) no caso de uma instituição especializada na distribuição de fundos de investimento, a implantação poderia ocorrer através da criação de um sistema automatizado que realize as solicitações de resgate e aplicação entre os fundos de maneira a executar o rebalanceamento da carteira de acordo com as técnicas descritas no estudo; c) no caso do investidor, em uma situação onde as alternativas anteriores não estiverem disponíveis, as técnicas de rebalanceamento poderiam ser implementadas manualmente ou com o auxílio de planilhas eletrônicas.

Como forma de expandirem-se os estudos sobre o rebalanceamento de carteiras de investimentos, sugerem-se os seguintes temas para trabalhos futuros: a) realização de backtests em séries temporais mais longas de maneira a verificar se os retornos em portfólios agressivos demonstram superioridade estatisticamente significativa em relação ao Buy and Hold; b) realização de backtests das estratégias de rebalanceamento em portfólios com maior número de ativos e diferentes níveis de correlação entre si; c) análise dos efeitos da realização de aportes regulares de novos recursos em uma carteira de investimentos que adote uma política de rebalanceamento. Como contribuição científica para os estudos da área, pode-se citar a análise dos resultados produzidos pelos backtests do modelo financeiro sob a ótica de uma variada

gama de indicadores, comprovando a superioridade das estratégias de rebalanceamento sobre o buy and hold nos indicadores de retorno e aderência ao benchmark em portfólios conservadores e moderados. Além disto, foi introduzido o conceito do benchmark ponderado como forma de avaliação de um portfólio composto por ativos de diferentes classes de investimento.

Para o autor, o estudo foi de notável relevância para seus aspectos profissionais, acadêmicos e pessoais. A execução do trabalho o levou a buscar conhecimentos aprofundados na área e o despertou grande interesse na realização dos estudos futuros propostos anteriormente. Tanto quanto para o autor, espera-se que as conclusões às quais o presente estudo chegou através do método desenvolvido sejam percebidos com relevância para a comunidade acadêmica e científica.

Referências

- ANDREAS STEINER CONSULTING GMBH. Ambiguity in Calculating and Interpreting Maximum Drawdown. Disponível em: <<http://www.andreassteiner.net/consulting/publications.html>>. Acesso em: 11 out. 2014.
- BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J. **Fundamentos de Investimentos**. Porto Alegre: Bookman, 2000.
- BRASIL. Comissão de Valores Mobiliários. Instrução Normativa nº 555 de 17 de dezembro de 2014. Dispõe sobre a constituição, a administração, o funcionamento e a divulgação de informações dos fundos de investimento. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 17 de dez. de 2014. Seção I, p. 25-39.
- BRUNI, Adriano L. **Avaliação de Investimentos**. São Paulo: Atlas S.A., 2008.
- CASELLA, George; BERGER, Roger L. **Statistical Inference**. 2. ed. Pacific Groove: Duxbury, 2002.
- CAVALCANTE, Francisco; MISUMI, Jorge Y.; RUDGE, Luiz F. **Mercado de Capitais: O Que é, Como Funciona**. 7. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.
- CHEKHOLOV, Alexei; URYASEV, Stanislav; ZARABANKIN, Michael. Drawdown Measure in Portfolio Optimization. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, Singapore, v. 8, n. 1, p. 13-58, jan. 2005.
- FILHO, Armando Mellagi; ISHIKAWA, Sérgio. **Mercado Financeiro e de Capitais**. 2. ed. São Paulo: Atlas S.A., 2007.
- GITMAN, Lawrence J.; JOEHNK, Michael D.; SMART, Scott B. **Fundamentals of Investing**. 11 ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010.
- GRAHAM, Benjamin; ZWEIG, Jason; BUFFET, Warren E. **The Intelligent Investor: The Definitive Book on Value Investing** (ed. revisada). New York: HarperCollins, 2006.
- HINKLE, Dennis E.; WIERSMA, William; JURS, Stephen G. **Applied Statistics for the**

Behavioral Sciences. 5. ed. Boston: Houghton Mifflin, 2003.

INVESTOPEDIA. Win/Loss Ratio. Disponível em: <
<http://www.investopedia.com/terms/w/win-loss-ratio.asp>>. Acesso em: 11 out. 2014.

LIMA, Iran S.; GALARDI, Ney; NEUBAUER, Ingrid. **Mercados de Investimentos Financeiros**. 2. ed. São Paulo: Atlas S.A., 2009.

MARCUS, Alan H.; ELIAS, Robert W. Some Useful Statistical Methods for Model Validation. **Environmental Health Perspectives**, Res. Triangle Park, v. 106, n. 6, p. 1541-1550, dez. 1998.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, Hoboken, v. 7, n. 1, p. 77-91, mar. 1952.

MASSEY, Adam; MILLER, Steven J. **Tests of Hypotheses Using Statistics**. Providence: Mathematics Department of Brown University, 2006.

MURALIDHAR, Sanjay P. A New Paradigm for Rebalancing. **The Monitor**, Greenwood Village, v. 22, n. 2, p. 12-16, mar./abr. 2007.

NASDAQ. Absolute vs. Relative Returns. Disponível em:
<<http://www.nasdaq.com/investing/risk/absolute-vs-relative.aspx>>. Acesso em: 11 out. 2014.

NETO, Alexandre A. **Mercado Financeiro**. 11. ed. São Paulo: Atlas S.A., 2012.

PINHEIRO, Juliano L. **Mercado de Capitais: Fundamentos e Técnicas**. 5. ed. São Paulo: Atlas S.A., 2009.

SHARPE, William F. The Sharpe Ratio. **The Journal of Portfolio Management**, London, v. 21, n. 1, p. 49-58, jan. 1994.

STONE, M. Cross-validators Choice and Assessment of Statistical Predictions. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, London, v. 36, n. 2, p. 111-147, 1974.

SUBRAMANIAN, Jyothi; SIMON, Richard. Overfitting in prediction models: Is it a problem only in high dimensions? **Contemporary Clinical Trials**, New York, v. 36, n. 2, p. 636-641, nov. 2013.